

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Modelování systému řízení polohy plazmatu  
v tokamaku COMPASS

Praha, 2008

Autor: Radek Beňo

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

podpis

## Poděkování

Rád bych na tomto místě poděkoval svým rodičům za veškerou podporu v mém životě.

Další díky patří vedoucímu mé bakalářské práce doc.Ing. Janu Johnovi CSc. za vštěpování inženýrského ducha, nesčetné konzultace a rady a za poskytnutí všech potřebných materiálů a ukázkových souborů.

Mé děkuji patří též Mgr. Janu Horáčkovi Ph.D. za rady a připomínky především týkající se problémů fyziky plazmatu a celému kolektivu Ústavu fyziky plazmatu AV ČR za poskytnutí příjemného zázemí při psaní práce.

V neposlední řadě bych rád poděkoval přítelkyni Kristýně Horáčkové za její duševní podporu při psaní této práce a za četné gramatické a stylistické úpravy textu.

## Abstrakt

Termojaderné slučování v tokamacích je nadějným energetickým zdrojem tohoto tisíciletí, pokud se podaří uspokojivě vyřešit mnohé zbývající fyzikální a technologické problémy. Jedním z nich je schopnost kontrolovat proud, polohu a tvar plazmatického sloupce v průběhu výboje, jež se mění v důsledku nejrůznějších plazmatických nestabilit.

Obsahem první části této bakalářské práce je sestavení modelu vertikální polohy plazmatu v tokamaku COMPASS a jeho řízení. Nejdříve práce seznamuje s problémem nestability vertikální polohy plazmatického sloupce, která je způsobena poloidálními obvody pro tvarování plazmatu. Tyto obvody způsobují nesymetrické působení sil na plazma při výboji, které nutí plazma opustit rovnovážnou polohu. Dále je postupně namodelován celý systém vertikální polohy plazmatu, důraz je přitom kladen na napěťový zesilovač, jehož dynamické vlastnosti jsou upraveny proudovou zpětnou vazbou, a na regulátor vnější smyčky. Zde se jako nejlepší jeví PD regulátor, který byl zkoušen navrhován několika způsoby. U obou regulátorů je popsána metodika jejich seřizování.

Druhá část práce je zaměřena na výpočet vlastních a vzájemných indukčností všech poloidálních obvodů tokamaku COMPASS. Tato část má za úkol především ověřit hodnoty indukčností poloidálních obvodů zapojených při provozu tokamaku ve Velké Británii. Jelikož je ale zapojení poloidálních obvodů v Praze poněkud pozměněno, liší se i některé výsledné hodnoty.

# Abstract

Themonuclear fusion in tokamaks is a promising global power source for mankind with practically unlimited fuel supply, if some residual physics and technological problems will be solved. One of them is ability to control electric current, density, position and shape of the plasma discharge. The vertical position is especially difficult because its intrinsically unstable on a fast time scale for plasmas vertically elongated. This is the case for the tokamak Compass, currently under reinstallation in Prague. The elongation is performed by poloidal coils, producing asymmetric forces, yielding vertical instability.

In the first part of this Bachelor thesis, I derive step by step a model of the vertical plasma position control system in tokamak Compass. Important is the voltage amplifier which dynamic properties are modified by current feedback, and the regulator of outer loops. Among several tested controllers, I identified the PD controller as the best. Tuning of both the current feedback and the PD regulator is also described.

In the second part of the thesis, I focus on computation of the main and mutual inductances of all poloidal circuits of the tokamak Compass. This work is useful for verification of the circuit connections, based on original documentation from the United Kingdom where Compass used to operate. In addition, we suggested a small modification of the connection, improving thus the reaction time of the vertical control system.

vložit originální zadání!!!!!!!!!!!!

# Obsah

Seznam obrázků	viii
Seznam tabulek	x
Seznam symbolů a zkratk	xi
<b>1 Úvod</b>	<b>1</b>
1.1 Energetická krize . . . . .	1
1.2 Princip termojaderného slučování . . . . .	3
1.2.1 Lawsonovo kritérium . . . . .	5
1.3 Termonukleární zařízení . . . . .	5
1.3.1 Stellarátor . . . . .	6
1.4 Tokamak . . . . .	6
1.5 Termonukleární elektrárna . . . . .	8
1.6 Tokamak COMPASS (COMPact ASSEMBly) . . . . .	9
1.7 Nestability plazmatu v tokamaku . . . . .	12
1.7.1 Veritkální nestabilita . . . . .	12
1.7.2 Nestability typu ELM . . . . .	13
<b>2 Zpětnovazební řízení polohy plazmatu</b>	<b>15</b>
2.1 Diagnostické cívky polohy plazmatu . . . . .	16
2.2 Poloidální cívky pro stabilizaci . . . . .	18
2.3 Model soustavy . . . . .	19
2.3.1 Identifikace konstant modelu . . . . .	21
2.4 Rychlý zdroj proudu a jeho regulátor . . . . .	23
2.4.1 Vnitřní proudová zpětná vazba . . . . .	23
2.5 Model a jeho regulace . . . . .	27
2.5.1 Stavový popis modelu . . . . .	30

2.5.2	Přenos . . . . .	30
2.5.3	Návrh regulátoru polohy plazmatu . . . . .	31
2.5.3.1	Metoda geometrického místa kořenů . . . . .	31
2.5.3.2	Regulátor navržený podle frekvenčních metod . . . . .	35
2.5.3.3	Regulátor podle Ziegler-Nicholse . . . . .	35
2.5.3.4	Regulátor typu Deadbeat . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Indukčnosti cívek tokamaku COMPASS</b>	<b>37</b>
3.1	Indukčnost . . . . .	40
3.1.1	Vlastní indukčnost . . . . .	40
3.1.2	Vzájemná indukčnost . . . . .	41
3.2	Výpočet vlastní a vzájemné indukčnosti . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Závěr</b>	<b>47</b>
	<b>Literatura</b>	<b>49</b>
<b>A</b>	<b>Příloha A - Vzájemná indukčnost - odvození</b>	<b>I</b>
<b>B</b>	<b>Příloha B - Obrázky a fotografie</b>	<b>III</b>
B.0.1	Kapitola 1 . . . . .	III
B.0.2	Kapitola 3 . . . . .	IV
<b>C</b>	<b>Obsah přiloženého CD</b>	<b>V</b>



# Seznam obrázků

1.1	Srovnání nákladů na roční provoz 1 GW elektrárny . . . . .	3
1.2	Konfigurace cívek a plazma uvnitř stellarátoru . . . . .	6
1.3	Principiální schéma tokamaku . . . . .	7
1.4	Schéma termonukleární elektrárny . . . . .	9
1.5	Tokamak COMPASS . . . . .	11
1.6	Srovnání velikosti plazmatu v tokamacích s D tvarem komory . . . . .	11
1.7	Popis D-shape tvaru plazmatu . . . . .	12
2.1	Systém řízení vertikální polohy plazmatu . . . . .	15
2.2	Pozice cívek pro vertikální stabilizaci . . . . .	17
2.3	Odezva cívek na skokový referenční signál . . . . .	17
2.4	Simulace pole řídicích cívek . . . . .	18
2.5	Model soustavy . . . . .	19
2.6	Simulinkové schéma stavového popisu soustavy . . . . .	21
2.7	Odezva systému a regulační odchylky bez regulátoru vnitřní smyčky . . . . .	24
2.8	Simulinkové schéma zesilovače a jeho proudové zpětné vazby . . . . .	25
2.9	Schéma přenosů pro nastavování regulátoru . . . . .	26
2.10	Odezva systému a regulační odchylky s regulátorem vnitřní smyčky . . . . .	27
2.11	Simulinkový model pro vertikální stabilizaci . . . . .	29
2.12	Root locus modelu . . . . .	32
2.13	Simulace regulátoru $C_{RL}$ na modelu, $q=0$ . . . . .	33
2.14	Simulace regulátoru $C_{RL}$ na modelu, $q=0.2$ . . . . .	34
3.1	Pozice a popis poloidálních cívek na tokamaku COMPASS . . . . .	39
3.2	Zapojení poloidálních cívek používané v Culhamu . . . . .	39
3.3	Schématické znázornění výpočtu indukčností cívek . . . . .	44
A.1	K odvození vzájemných indukčností dvou smyček . . . . .	I

B.1 Tokamak COMPASS na ÚFP AV ČR v Praze . . . . .	III
B.2 Trojrozměrné vyobrazení poloidálních cívek tokamaku COMPASS . . . . .	IV

# Seznam tabulek

1	Seznam symbolů a zkratk . . . . .	xi
2	Seznam symbolů a zkratk II . . . . .	xii
1.1	Celosvětové zásoby fosilních paliv . . . . .	2
1.2	Hlavní parametry tokamaku COMPASS . . . . .	10
2.1	Hodnoty konstant modelu . . . . .	22
2.2	Konstrukční parametry zesilovače pro vertikální stabilizaci . . . . .	23
2.3	Členy stavové matice a matice vstupů . . . . .	30
3.1	Vlastní a vzájemné indukčnosti poloidálních cívek - zapojení v Culhamu.	40
3.2	Vlastní a vzájemné indukčnosti - moje výsledky . . . . .	45
3.3	Vlastní a vzájemné indukčnosti - výsledky Mgr.Josefa Havlíčka . . . . .	46

## Seznam použitých symbolů a zkratek

Tabulka 1: Seznam symbolů a zkratek

Symbol	Rozměr	Význam
D	-	Deuterium - tzv. těžký vodík ( ${}^2_1\text{H}$ )
T	-	Tritium - tzv. supertěžký vodík ( ${}^3_1\text{H}$ )
n	$\text{m}^{-3}$	počet částic v $1 \text{ m}^3$ plazmy
$\tau_E$	s	doba udržení energie plazmatu
$\tau_i$	eV	iontová teplota plazmatu
$i_w$	A	Žádaná hodnota proudu budicí cívky
$K_i$	V/A	Zesílení výkonového zesilovače
$N_1$	1	Počet závitů budicí cívky
$N_2$	1	“Počet závitů” vířivých proudů ( $N_2 = 1$ )
$P_w$	W	“Výkon” generátoru perturbací (spojitý bílý šum s omezeným pásmem frekvencí)
$L_{BR}$	H	Vlastní indukčnost řídicí cívky
$R_1$	$\Omega = V/A$	Odpor budicí cívky
$R_2$	$\Omega = V/A$	Odpor kladený vířivým proudům
$R_{m1}$	$\text{A/Wb} = \text{A}/(\text{V} \cdot \text{s})$	Magnetický odpor obvodu budicí cívky
$R_{m2}$	$\text{A/Wb} = \text{A}/(\text{V} \cdot \text{s})$	Magnetický odpor obvodu vířivých proudů
$R_{mr}$	$\text{A/Wb} = \text{A}/(\text{V} \cdot \text{s})$	Magnetický odpor obvodu rozptylového toku
$T_d$	s	Derivační časová konstanta v obvodu výkonového zesilovače
$T_w$	s	Perioda vzorkování generátoru perturbací
$T_{max}$	s	Doba simulace
$U_{max}$	V	Maximální napětí výkonového zesilovače
$\Phi_1, \Phi_2$	$\text{Wb} = \text{V} \cdot \text{s}$	Magnetický tok budicí a měřicí cívkou
$\Phi_r$	$\text{Wb} = \text{V} \cdot \text{s}$	Rozptylový magnetický tok
u	V	Napětí na budicí cívce
a	1	Konstanta regulátoru vnitřní smyčky
$T_a$	s	Časová konstanta spoždění zesilovače
h	s	Perioda vzorkování systému
$T_p$	s	Časová konstanta nestability plazmatu

Tabulka 2: Seznam symbolů a zkratk II

Symbol	Rozměr	Význam
$q$	1	Podíl společné části magnetického pole
$T_{dz}$	s	Derivační časová konstanta polohy plazmatu
$z_{dd}$	1	Pásmo nelinearity derivace polohy plazmatu
$T_{ddzr}$	1	Počet změn derivační časové konstanty mimo necitlivost nelinearity
$r$	m	Poloměr cívky
$a$	m	Vnitřní poloměr vodiče cívky
$Y$	1	Konstanta působení skin-efektu

# Kapitola 1

## Úvod

Termojaderná fúze provází člověka celým jeho životem. Podpořila evoluci života na Zemi a taky tuto evoluci vůbec umožnila. Vždy nad námi svítilo a svítí Slunce, které zahřívá Zemi po miliardy let od jejího vzniku až po současnost. Slunce získává energii slučováním jader vodíku na hélium a těžší prvky při vzniku velkého množství energie ve formě elektromagnetického záření, z něhož zanedbatelnou část pak na Zemi vnímáme jako světlo a teplo. Právě tento proces - slučování lehkých jader na jádra těžší při současném uvolnění energie - nazýváme fúzí.

### 1.1 Energetická krize

Jak již dávno vyslovil C.G. Jung - *Krize je příčinou změny*. V současnosti se lidstvo nachází na pokraji celosvětové energetické krize. Zásoby fosilních paliv se stále ztenčují a i přes různá úsporná opatření se energetická spotřeba lidstva neustále zvyšuje. V tabulce tab. 1.1 můžeme vidět předpokládanou zásobu fosilních zdrojů energie při současném těžebním trendu.

Tabulka 1.1: Celosvětové zásoby fosilních paliv

Zdroj	Odhad zásob [roky]
Uhlí	300
Ropa	40
Zemní plyn	50
$^{235}\text{U}$	30
$^{238}\text{U} + ^{232}\text{Th}$	30000

Možné dočasné řešení problému můžeme naleznout v obnovitelných zdrojích energie. Ty však nebudou v budoucnosti schopny pokrýt více jak 20% světové spotřeby energie [1]. Většina elektráren založených na obnovitelných zdrojích je navíc paradoxně ekologicky značně nešetrných. Příkladem může být použití těžce dosažitelných materiálů pro fotovoltaické články, hlučnost větrných elektráren, zaplavení velkých ploch hladinami vodních elektráren a nebo třeba vyvěrání těžkých kovů na zemský povrch při získávání energie v geotermálních elektrárnách.

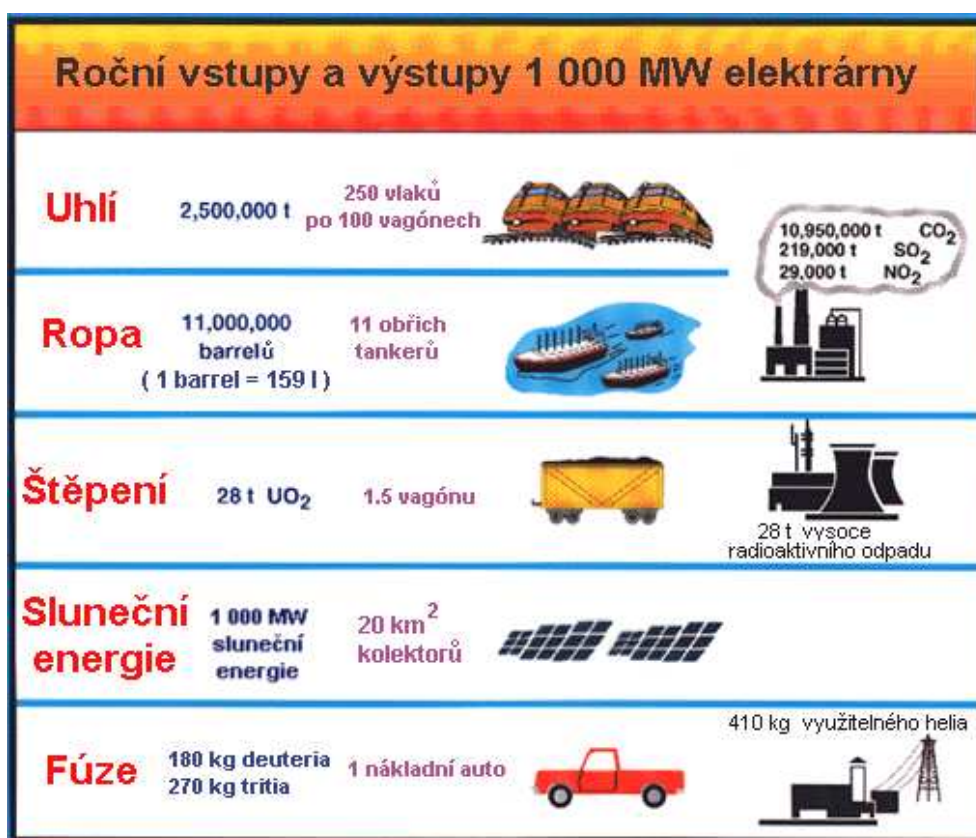
Tento problém tedy staví lidstvo před otázku efektivnějšího využívání stávajících zdrojů a hledání nových energetických zdrojů pro příští generace. Jedním z nejnadějnějších zdrojů budoucnosti je výroba jaderné energie založená na termojaderném slučování.

Termojaderné slučování má vzhledem k ostatním způsobům získávání energie hned několik výhod. První a bezesporu největší výhodou je palivo, ze kterého se energie získává. Jedná se o tzv. *těžký vodík* ( $^2\text{H}$ ) označovaný také jako deuterium (D) a tzv. *supertěžký vodík* ( $^3\text{H}$ ) označovaný jako tritium (T). Celosvětové zásoby deuteria jsou téměř nevyčerpatelné (zhruba na každých 7000 atomů vodíku připadá jeden atom deuteria) a technologie pro jeho získání z vody je nenáročná. Z těchto zásob může lidstvo čerpat energii až desítky miliónů let. Tritium s poločasem rozpadu 12.32 let se na Zemi již volně nevyskytuje. V současné době se vyrábí v urychlovačích a celosvětová produkce se odhaduje na 15 kg ročně, přičemž jeden gram tritia je asi 200x dražší než stejné množství zlata. Ve fúzní elektrárně je jeho externí dodání zapotřebí pouze k prvotní inicializaci fúze, poté si dostatečné množství tritia dokáže elektrárna vyrobit sama - viz oddíl Termojaderné elektrárny.

Získaná energie z jednoho kilogramu hmoty pomocí fúze je asi 10 milionkrát větší než u jakékoliv chemické reakce včetně hoření. Na roční provoz elektrárny založené na fúzní technologii by bylo zapotřebí jen 500 kg vodíku [2]. Na obr. 1.1 pak můžeme vidět, kolik příslušného paliva je potřeba vynaložit na provoz ostatních elektráren při stejném

výkonu.

Dopad fúze na životní prostředí je minimální. Nehrozí zde produkce skleníkových plynů či vysoce radioaktivního jaderného odpadu, kvůli elektrárně nedojde ani k ničení krajiny nebo ovlivňování životního prostředí. Nehrozí ani jaderná havárie, neboť při jakékoliv poruše se palivo uvnitř reaktoru (kterého je v době slučování v komoře pouze několik gramů) rychle ochladí a slučovací reakce skončí během několika vteřin.



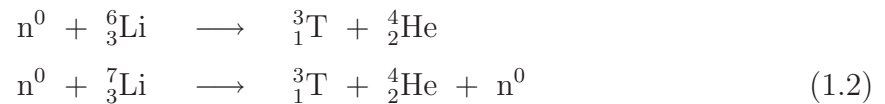
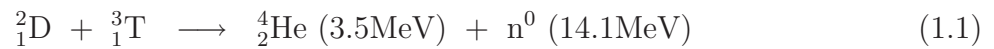
Obrázek 1.1: Srovnání nákladů na roční provoz 1 GW elektrárny

## 1.2 Princip termojaderného slučování

Princip termojaderného slučování je založen na slučování dvou lehkých jader vodíku (deuteria a tritia) za vzniku těžšího jádra (He), neutronu a současném uvolnění velkého množství energie (1.1). Jedná se však pouze o speciální případ fúzní reakce, v praxi můžeme fúzně slučovat exotermicky mnoho různých jiných lehkých prvků. Deuterium-tritiová reakce je však energeticky nejméně náročná. Vstupní jádra musí být urychlena na



energii okolo  $E_{kin} = 20$  keV, aby se mohla dostat do vzdálenosti  $10^{-15}$  m (a překonala tak Coulombovskou bariéru, tedy aby začaly převládat přitažlivé síly silné jaderné interakce nad odpudivou silou elektrickou). To můžeme realizovat jednotlivě v urychlovači částic nebo v prostředí o průměrné energii  $E_{kin} = 20$  keV na jednu částici. Výstupem z reakce je pak alfa částice (He) s energií  $E_{alfa} = 3.5$  MeV a rychlý neutron s energií  $E_n = 14.1$  MeV. Energie hélia pak dále slouží k ohřevu paliva v reaktoru a energie neutronu k produkci tritia za pomoci lithia (1.2) a k produkci tepelné energie, která pak bude převedena v parním generátoru na energii elektrickou, jak se později ukáže.



V laboratorních podmínkách není těžké urychlit jádra na energii potřebnou k jejich sloučení - stačí pouhé bombardování terčíku z Tritia urychlenými jádry deuteria. To se povedlo již v roce 1934 v Cambridgi Marcu Oliphantovi a Paulu Hartekovi. Většina urychlených jader se ale od terčíku odrazí a veškerá energie dodaná na urychlení jádra tak přijde nazmar. K fúzi pak dojde pouze při jedné ze sta milionů srážek. Pokud však částice zapouzdříme do obalu, který je bude navzájem držet pohromadě, bude docházet ke srážkám a tím i k předávání energie, ale celková energie zůstane neměnná. Tak se nám v našem zapouzdření objeví na jedné straně částice s velkými energiemi a na straně druhé částice s energiemi malými, ale průměrná energie plynu se měnit nebude. Měřtkem průměrné energie plynu je jeho teplota [3].

Návod je tedy jasný - deuterium a tritium zahřejeme na teplotu 200 mil.K, při které začne samovolně probíhat termojaderná fúze. Srážky ve vysoce přehřátém plynu rychle odtrhnou elektrony od atomů a vytvoří 4. skupenství hmoty, které je plně ionizováno - *plazma*<sup>1</sup>. V plazmatu musí být zachován stejný počet záporných a kladných nábojů, jinak nekompensované elektrické síly způsobí jeho rychlý rozpad. Další vlastností plazmatu je jeho schopnost vést elektrický proud<sup>2</sup> - jsou zde relativně volné elektricky nabitě částice. Teplota plazmatu je tak vysoká, že neexistuje možnost uchovávat plazma v jakékoliv nádobě z pevného materiálu.

<sup>1</sup>Plazma - ionizovaný plyn - je čtvrté skupenství hmoty a tvoří 99% známé hmoty ve vesmíru.

<sup>2</sup>Vodíkové plazma je při teplotě odpovídající energii 20 KeV asi 10x vodivější než měď.

### 1.2.1 Lawsonovo kritérium

Lawsonovo kritérium (1.3) bylo sestaveno na počátku 50. let 20. století britským fyzikem Johnem Lawsonem. Má klíčový dopad na vznik plazmatu, jeho udržení a tím pádem i na konstrukci celého fúzního reaktoru. Součin hustoty plazmatu  $n$  (počet iontů paliva v krychlovém metru) a doby jeho udržení  $\tau_E$  (míra rychlosti, kterou se energie z paliva ztrácí) musí být minimálně větší než určitá konstanta [3].

$$n\tau_E > 1.7 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s} \quad (1.3)$$

Jednoduše řečeno - pokud chceme z plazmatu získat nějakou energii, nesmí nám vychladnout dříve, než se stačí většina iontů sloučit na hélium. To je zásadní podmínka, která je kladena všem fúzním zařízením.

Řešení problému udržení je pak trojí, resp. na Zemi dvojí :

- *gravitační udržení* - vyžaduje veliké množství hmoty - na Zemi nerealizovatelné (princip udržení na Slunci)
- *magnetické udržení* - izolace plazmatu od stěny nádoby pomocí silného magnetického pole (zbloudilé částice jsou usměrněny zpět do proudu plazmatu - princip udržení většiny zařízení pro mírové účely)
- *inerciální udržení* - stlačení a zahřátí plazmy tak rychlé, že k fúzním reakcím dojde rychleji, než se plazma explozí ochladí (vodíková bomba; imploze a zahřátí laserovým pulsem)

## 1.3 Termonukleární zařízení

Problém udržení plazmatu se týká hlavně dosažení Lawsonova kritéria, přičemž největších pokroků se dosáhlo pomocí magnetického pole. Bylo vyzkoušeno více metod, avšak v současnosti se hlavní experimentální úsilí zúžilo na tyto přístupy:

- Uzavřené systémy : Torusy (které se dále dělí na pinče<sup>3</sup>, stellarátory a tokamaky)
- Otevřené systémy: Magnetická zrcadla

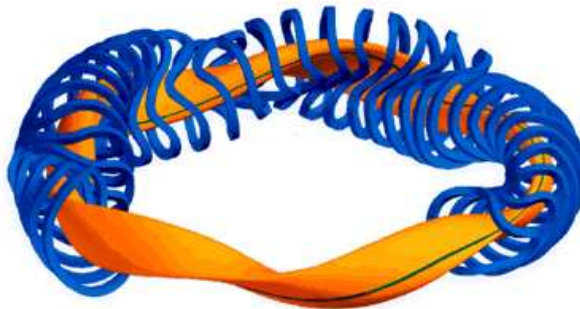
---

<sup>3</sup> Pinč je zařízení pro magnetické udržení plazmatu, v němž radiální složku pole tvoří výhradně silný proud protékající plazmatem. Plazma je zde tedy udržováno na principu pinče efektu.

Ze všech možností se však v současné době jeví jako nejlépe zvládnutý směr udržení plazmatu pomocí uzavřených systémů, především pak pomocí stellarátorů a tokamaků.

### 1.3.1 Stellarátor

Stellarátor je zařízení pro udržení plazmy pomocí magnetického pole za účelem řízené termojaderné fúze. Jeho stavbu navrhl v roce 1951 Lyman Spitzer. Magnetické pole je zde generováno výhradně vnějšími cívkami, které mohou být nakonfigurovány dvojitým způsobem. Prvním z nich je konfigurace souvislými šroubovitými cívkami obr. 1.2. Druhá možná konfigurace je velmi podobná tokamaku bez jádra, ke kterému je navíc šroubovitě navinuta cívka v toroidálním tvaru. Hlavní výhodou stellarátorů oproti tokamakům je možnost uchovávat plazma v kontinuálním režimu a taky skutečnost, že plazmatem neteče žádný proud. Proto se ale zařízení neobejdou bez složitých dodatečných cívek na tvorbu poloidálního pole. Takové cívky jsou díky svému tvaru a účelu velmi drahé a musí být sestaveny s mimořádnou přesností. Vysoká cena a složitost stellarátorů je taky příčinou toho, že stellarátory byly předčeny tokamakem, které jsou podstatně levnější a jednodušší.

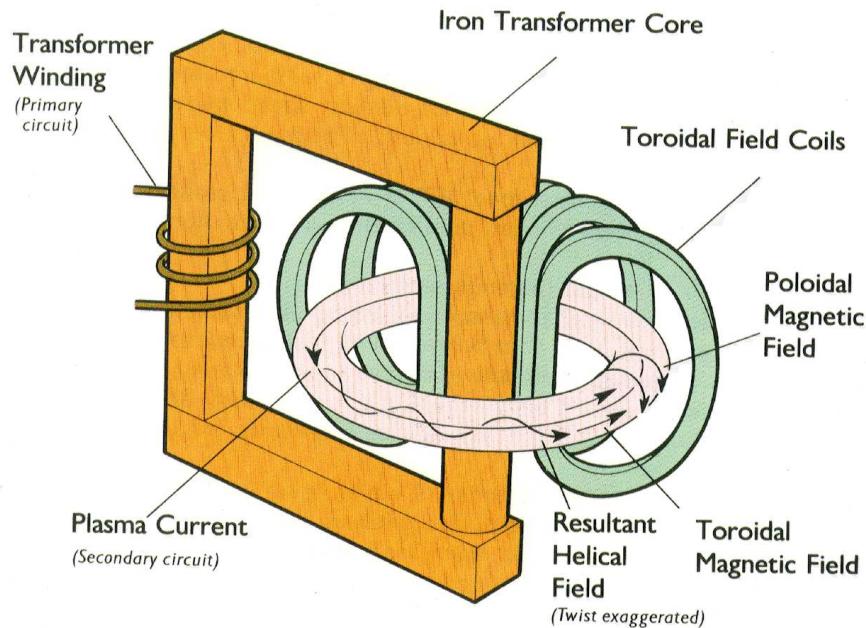


Obrázek 1.2: Konfigurace cívek a plazma uvnitř stellarátoru

## 1.4 Tokamak

Tokamak (TOroidalnaja KAMERA i MAGnitnyje KATuški - toroidální komora a magnetické cívky) je experimentální zařízení produkující magnetické pole, díky kterému je udržena plazma, která je vytvářena uvnitř komory. Koncepce tokamaku se zrodila v rozmezí let

1950 - 52 v Moskvě, v týmu ruského akademika A. Sacharova. Tokamak si můžeme představit jako dutou komoru ve tvaru toroidu, která je obklopena magnetickými cívkami s případným transformátorovým jádrem uprostřed, viz. obr. 1.3. V tokamaku rozlišujeme dva základní směry - toroidální a poloidální (jak je patrné z obrázku), dále je důležitý hlavní poloměr  $R$  (vzdálenost středu komory od středu toroidu) a vedlejší poloměr  $a$  (vzdálenost stěny komory od jejího středu). Největší složku magnetického pole tvoří právě pole toroidální (1-10 Tesla), poloidální složka je asi 10x menší. Obě složky pak dohromady vytváří šroubovicové magnetické pole uvnitř komory, které brání plazmatu v kontaktu se stěnou nádoby, jelikož nabitě ionty i elektrony plazmatu obíhají po šroubovicových trajektoriích podél magnetických siločar. Tokamak tak využívá princip transformátoru, kde komora s plazmatem tvoří jediný sekundární závit do zkratu.



Obrázek 1.3: Principiální schéma tokamaku

Zavedením pulzu na primární vinutí se elektromagnetickou indukcí vybudí proud v sekundárním vinutí (slabě ionizovaného plynu uvnitř komory). Ten má ale značný odpor a tak je rychle zahříván Jouleovým teplem (během milisekundy dosáhne teploty až stovek miliónů stupňů K), čímž se dosáhne plně ionizovaného plazmatu. Indukční ohřev ale začíná být velmi brzy neúčinný (se vzrůstající teplotou klesá odpor plazmatu), nastupuje tedy další zahřívání, buď pomocí vysokofrekvenčního elektromagnetického pole nebo pomocí vstřiku vysokoenergetických neutrálních atomů [2].

Dalším problémem je odvod spalín fúzní reakce z tokamaku. Vzhledem ke konstrukci komory to lze dvojím způsobem. Pokud má tokamak komoru s kruhovitým průřezem, plazma se při reakci dotýká tzv. *limiteru*, který vyhraňuje prostor, kam až smí plazma v komoře dosáhnout. Plazma má v kruhové komoře kruhovitý průřez a pod limiterem se nachází otvor pro odvod splodin. Ukázalo se ale, že je lepší komoru konstruovat do tvaru písmene D a ve spodní části umístit tzv. *divertor*. Plazma má pak v komoře typický tvar, jak je ukázáno např. na obr. 1.6. Divertorová konfigurace umožňuje přibližně 2x lepší udržení plazmatu, výrazné snížení eroze materiálu stěny a tím i snížení znečištění centrálního plazmatu těmito erozními částicemi.

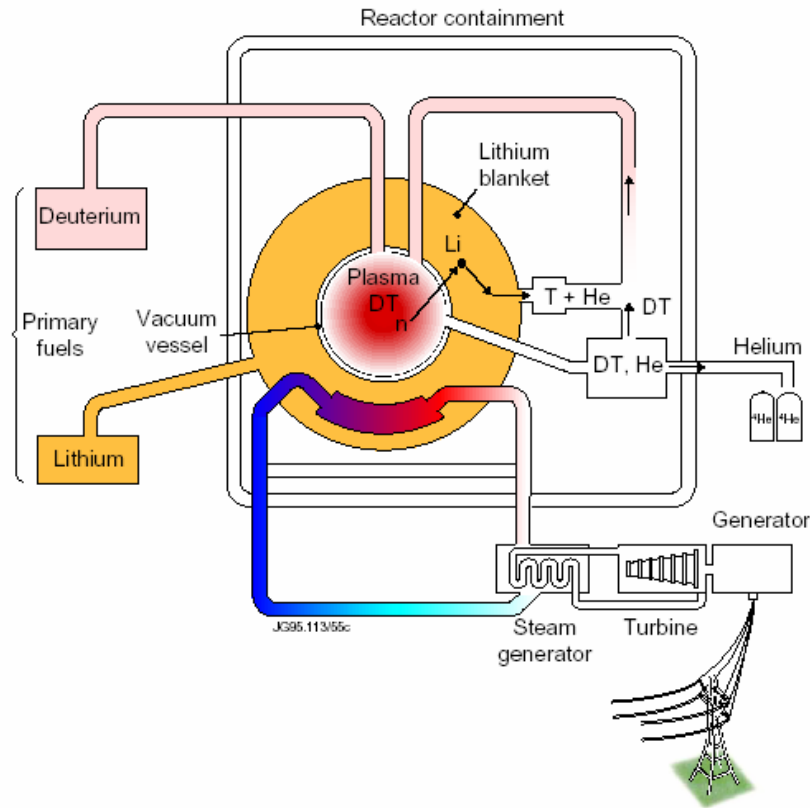
Je třeba ještě dodat, že tokamak je z principu pulzní zařízení, plazma zde není kontinuální v čase. Nejdelší výboje v dnešní době trvají na velkých tokamacích maximálně 10 - 20 s <sup>4</sup>.

## 1.5 Termonukleární elektrárna

Termonukleární elektrárna - obr. 1.4 - bude založena na magnetickém udržení plazmatu. V centru komory bude palivo zahřáto na požadovanou teplotu a při fúzi bude produkovat neutrony a alfa částice (1.1). Díky magnetickému poli však budou alfa částice drženy v palivu a srážkami předají energii palivu, čímž ho dodatečně ohřejí. Protože neutrony nenesou elektrický náboj, mohou magnetickým polem volně pronikat a svou energii budou předávat litiové obálce, která obklopuje komoru tokamaku. Litium je v obálce z důvodu dobrého brždění neutronů pomocí atomů s nízkým protonovým číslem (tyto prvky jsou známé především efektivní transformací kinetické energie na energii tepelnou) a z důvodu tvorby nového tritia podle reakce (1.2), která nám zajistí jeho dostatek pro následovný chod reaktoru. Získané teplo se pak transformuje na elektrickou energii klasickou cestou pomocí předání tepelné energie na ohřev vody a následné roztočení generátoru turbínou. Především první důvod reakce – produkce tritia - je velmi důležitý kvůli špatné dostupnosti zásob tritia, jak již bylo zmíněno dříve. Takto navržená elektrárna by měla spotřebovat zhruba tunu paliva ročně (D a T) při výkonu 2 - 3 GW.

---

<sup>4</sup>Vyjímkou je pouze velký tokamak Tore Supra ve Francii, který se zaměřuje právě na výzkum dlouhotrvajících výbojů (standardní délka výboje je zhruba 6 minut). Takové výboje již ale neslouží k výzkumu fyziky plazmatu, ale spíše k testování technologií (chlazení všech komponent, výzkumu využití supravodivých cívek apod.).



Obrázek 1.4: Schéma termonukleární elektrárny

## 1.6 Tokamak COMPASS (COMPact ASSEMBly)

Stavba tokamaku COMPASS začala v roce 1985, plně začal fungovat v roce 1989. V roce 1992 byl podroben celkové rekonstrukci, během níž byla stávající komora s kruhovým průřezem (COMPASS-C) nahrazena komorou s průřezem ve tvaru písmene D (COMPASS-D). Byl tak dosažen výbojový režim s vyšším udržení plazmatu (H-mód), který bude využíván jako referenční režim na tokamaku ITER. Tokamak COMPASS patří svými rozměry spíše mezi menší tokamaky a spolu s tvarem plazmatu odpovídá jedné desetíně ITERu.

Tokamak COMPASS-D fungoval ve Velké Británii do roku 2001. Letos (2008) byl převezen do Prahy, kde je v současné době znovu uváděn do provozu. Pro Českou republiku (a v podstatě pro celou východní Evropu) znamená COMPASS velký pokrok. V parametrech  $\log(n \cdot \tau_E)$  a  $\log(\tau_i)$  je zhruba v polovině mezi tokamaky CASTOR<sup>5</sup> a ITER.

<sup>5</sup>Tokamak CASTOR - Czech Academic Science TORus - byl až do roku 2007 jediným tokamakem v ČR. Po ukončení výzkumné práce na ÚFP AV ČR byl převezen na fakultu Jadernou a fyzikálně

Množství energie plazmatu v tokamaku COMPASS je zhruba 5000-krát větší než v tokamaku CASTOR (tj. 10x větší objem, 10x větší teplota, 5x větší hustota a 10x delší puls).

V současné době jsou v Evropě v provozu pouze dva tokamaky (JET a ASDEX-U), které mají magnetickou konfiguraci podobnou tokamaku ITER a pracují v režimu se zlepšeným udržením plazmatu. Na světě je v provozu zhruba dalších 50 tokamaků. Nejvýznamější jsou především tokamak JET (European Fusion Development Agreement, Culham, GB), tokamak DIII-D (General Atomics, San Diego, USA), tokamak ASDEX-U (Institut für Plasmaphysik, Garching, Německo), JT-60 (Japan Atomic Energy Research Institute (JAERI), Ibaraki Prefecture, Japan) atd. Tokamak JET je současné největší experimentální zařízení tohoto typu na světě.

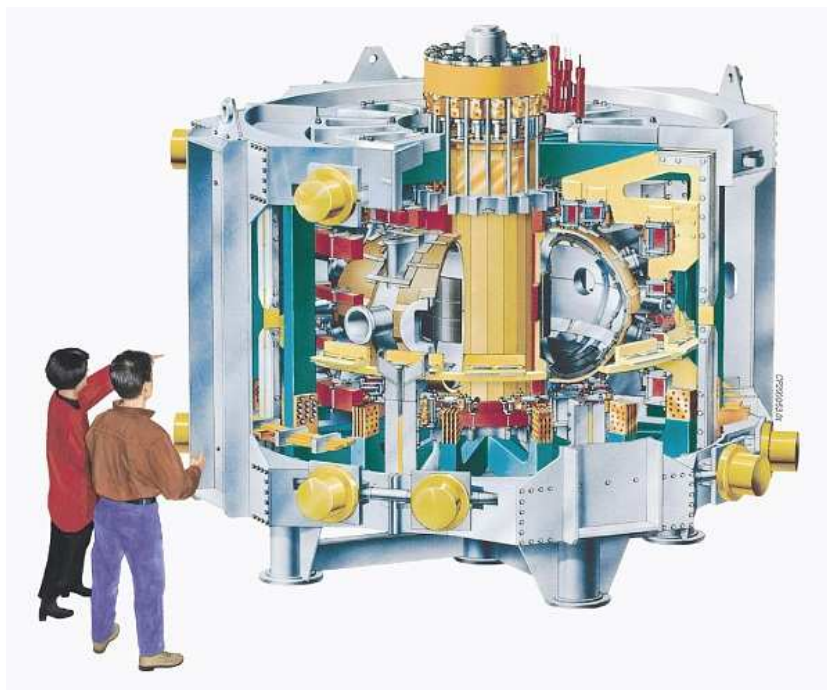
Důležité parametry COMPASSu lze najít v tab. 1.2.

Tabulka 1.2: Hlavní parametry tokamaku COMPASS

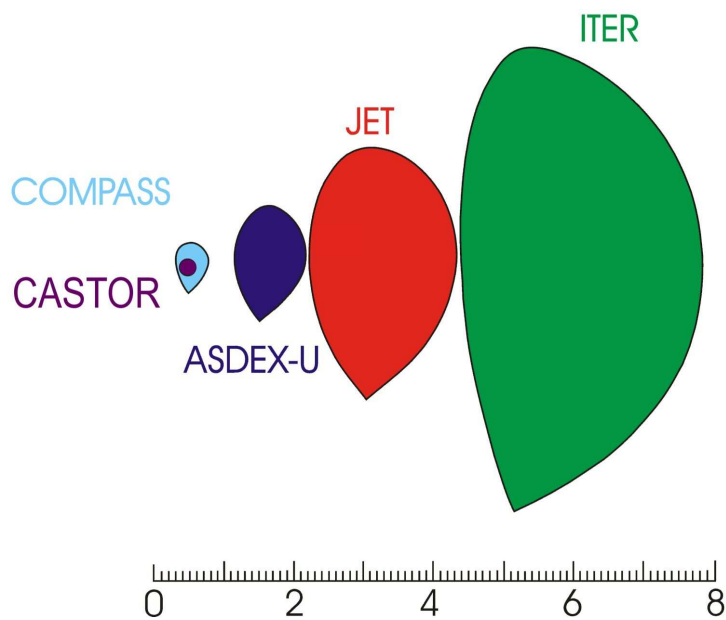
Parametr	Hodnota	Popis
R	0.56 m	Hlavní poloměr
a	0.18 ÷ 0.23 m	Vedlejší poloměr
$I_p(max)$	380 kA	Maximální proud plazmatem
$B_T(max)$	2.1 T	Maximální vytvořené magnetické pole
Elongation	1.8	Protážení plazmatu ve vertikálním směru
Shape	D, SND, ellipse	Poskytované tvary plazmatu
Pulse lenght	~ 1 s	Doba pulzu (výstřelu)
$P_{LH}$ , 1.3 GHz	$2 \times 0.2$ MW	Výkon dodatečného VF ohřevu
$P_{NBI}$	$2 \times 0.3$ MW	Výkon neutrálních svazků

---

inženýrskou ČVUT v Praze.



Obrázek 1.5: Tokamak COMPASS



Obrázek 1.6: Srovnání velikosti plazmatu v tokamacích s D tvarem komory

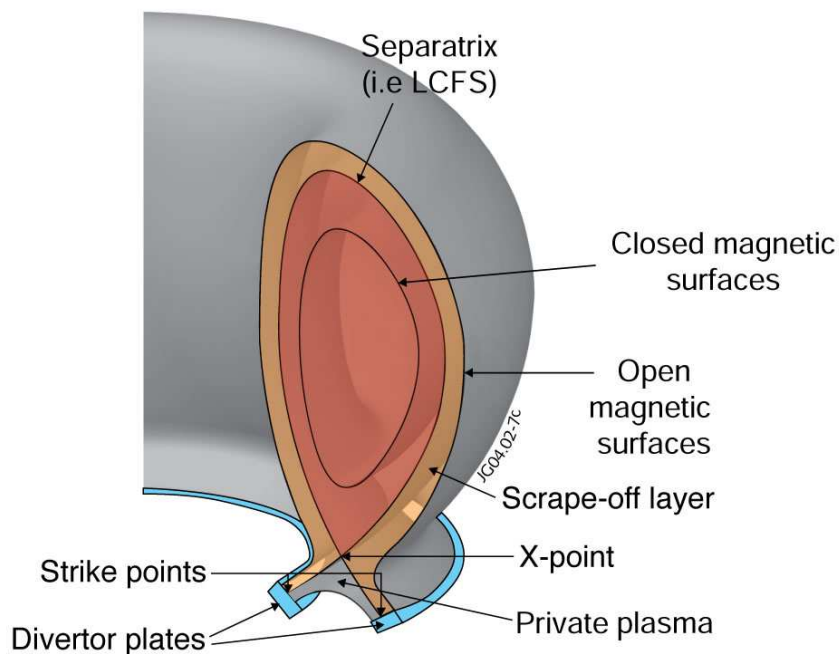


## 1.7 Nestability plazmatu v tokamaku

Největší problém tokamaků na celém světě je právě nestabilita plazmatu. Některé nestability mohou způsobit okamžitou ztrátu plazmatu (tzv. disrupci), jiné mohou výrazně snížit dobu jeho udržení.

V dalším textu se zaměříme především na vertikální nestabilitu plazmatu, Vertical displacement event a tzv. ELM nestabilitu, jelikož se přímo týkají našeho problému - vertikální stabilizace plazmatu.

Na obr. 1.7 můžeme vidět popis plazmatu v tzv. D-shape tvaru. Terminologie byla zachována v angličtině, neboť některé české ekvivalenty neexistují.



Obrázek 1.7: Popis D-shape tvaru plazmatu

### 1.7.1 Vertikální nestabilita

Vertikální nestabilita vzniká jako důsledek působení cívek tvarování plazmatu (shaping). Tyto poloidální cívky jsou schopny poskytnout především tzv. D-shape - tvar plazmatu s charakteristickým x-pointem a plazmatem dotýkajícím se divertoru. Kruhové plazma tak musí být „roztahováno“ především ve vertikálním směru. V důsledku radiální nesymetrie D-shape plazmatu dochází k vertikální nestabilitě a plazma je vychylováno

z rovnovážného stavu. Tuto nestabilitu lze fyzikálně popsat (1.4), kde  $I_p$  je proud plazmatem,  $R_p$  odpor plazmatu, a  $\frac{\partial B_R}{\partial z}$  je parciální derivace pole, které tuto destabilizující sílu vytváří.

$$F_d = -2\pi I_p R_p \frac{\partial B_R}{\partial z} z \quad (1.4)$$

Síla  $F_d$  způsobí při velmi malé hmotnosti plazmatu (řádově  $10^{-14}$  kg) obrovské zrychlení, díky kterému by plazma zaniklo zhruba během  $10 \mu s$ . U prvních tokamaků tomu tak skutečně bylo, jelikož měly komoru z nevodivého materiálu. Právě v materiálu komory<sup>6</sup> se při opuštění rovnovážné polohy začnou indukovat vířivé proudy od pole plazmatu, které působí proti směru jeho pohybu a tím zpomalují vertikální nestabilitu. Tuto sílu můžeme vyjádřit jako (1.5), kde  $I_v$  představuje vířivý proud indukovaný ve stěně komory a  $M_{vp}$  vzájemnou indukčnost plazmatu a stěny komory.

$$F_s = I_v \frac{\partial M_{vp}}{\partial z} I_p \quad (1.5)$$

Výsledná síla způsobující nestabilitu může být vyjádřena jako  $F_v = F_d - F_s$ . Pro COMPASS je časová konstanta nestability  $\tau \sim 0.5 ms$  [4]. Zpomalení nestabilní změny polohy plazmatu vířivými proudy ve stěně komory nám tak dává dostatečný čas pro reakci pomocí zpětnovazebního řízení. Pokud však řízení selže nastává tzv. Vertical displacement event (ztráta plazmatu).

## 1.7.2 Nestability typu ELM

ELM (Edge Local Mode) je nestabilita vyskytující se především u tokamaků s tvarem komory písmene D pracujících v H-módu. V důsledku velkého gradientu tlaku v plazmatu dochází k turbulencím na okraji plazmatu. Takto nashromážděné plazma pak tepelně naruší stěnu komory a může odpařit její částice. Bylo vyzpozorováno, že k těmto nestabilitám dochází periodicky také v závislosti na konstrukčních rozměrech komory tokamaku. Čím je komora tokamaku větší, tím méně často dochází k tzv. „ELM crash“, o to víc se ale během této nestability uvolní energie na stěnu. To může být hrozbou pro velké tokamaky především při fúzi, kdy by tak mohlo dojít postupně k částečné destrukci komory [5]. Laicky můžeme ELMy přirovnat k erupcím na Slunci.

<sup>6</sup>Komora tokamaku COMPASS je tvořena 3 mm tlustou ocelí Inconel 625 ( $\mu_r = 1$ ) - jedná se tedy o nemagnetický materiál, magnetické pole tudíž může volně pronikat.

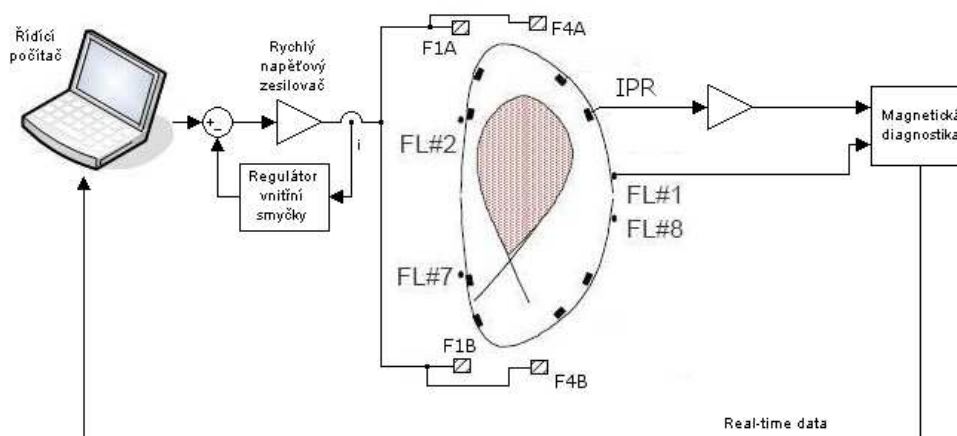
Důležitým faktem pro řízení je, že během této nestability dostáváme ovlivněné informace o poloze plazmatu. Během nestability typu ELM je proto nutné zpětnovazební řízení vypnout.

## Kapitola 2

# Zpětnovazební řízení polohy plazmatu

Hlavním úkolem zpětnovazebního řízení je včas reagovat na vertikální nestabilitu plazmatu a zabránit tak kontaktu plazmatického sloupce s komorou tokamaku, což by vedlo k disrupci a u budoucích fúzních elektráren také k částečnému poškození komory. Z hlediska výzkumu plazmatu je nutné stabilizovat sloupec plazmatu co nejpřesněji, aby nedocházelo k ovlivnění výsledků měření. Jelikož jeden výboj v tokamaku COMPASS stojí v průměru 8000 Kč, je zde i nezanedbatelný finanční faktor.

Na obr. 2.1 je nastíněno celkové schéma systému řízení vertikální polohy plazmatu.



Obrázek 2.1: Systém řízení vertikální polohy plazmatu

Magnetickou diagnostikou bude změřena poloha plazmatu. Tato informace bude v reálném čase předána řídicímu počítači, který na základě regulačního programu vyše

signál s žádanou hodnotou proudu cívkou rychlému napěťovému zesilovači. Spolu s aktuální hodnotou proudu z regulátoru proudu bude vytvářet regulační odchylku žádané hodnoty proudu cívkou. Ta následně vstupuje do zesilovače, který vyše tento proud do obvodu poloidálních cívek určených k vertikálnímu řízení. Ty poté vytvoří magnetický tok, který bude plazmatický sloupec vertikálně stabilizovat.

Dále se v textu budeme zabývat především odvozením modelu tohoto systému a jeho stabilizací, což je tématem této bakalářské práce<sup>1</sup>.

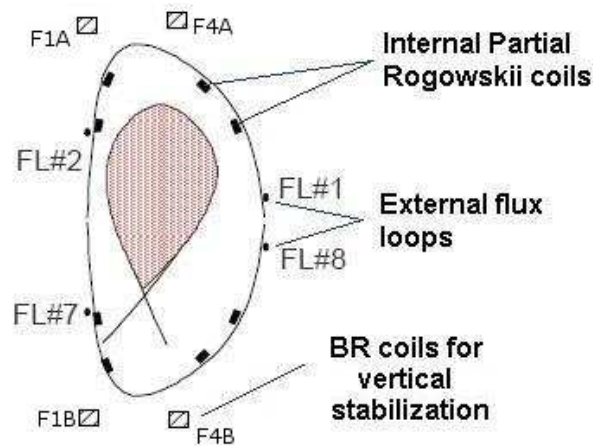
## 2.1 Diagnostické cívky polohy plazmatu

Měření polohy plazmatu zajišťuje magnetická diagnostika. Vzorkování probíhá při  $f_{vz} = 2$  MHz a vyhodnocené informace budou předávány v reálném čase řídicímu systému polohy plazmatu.

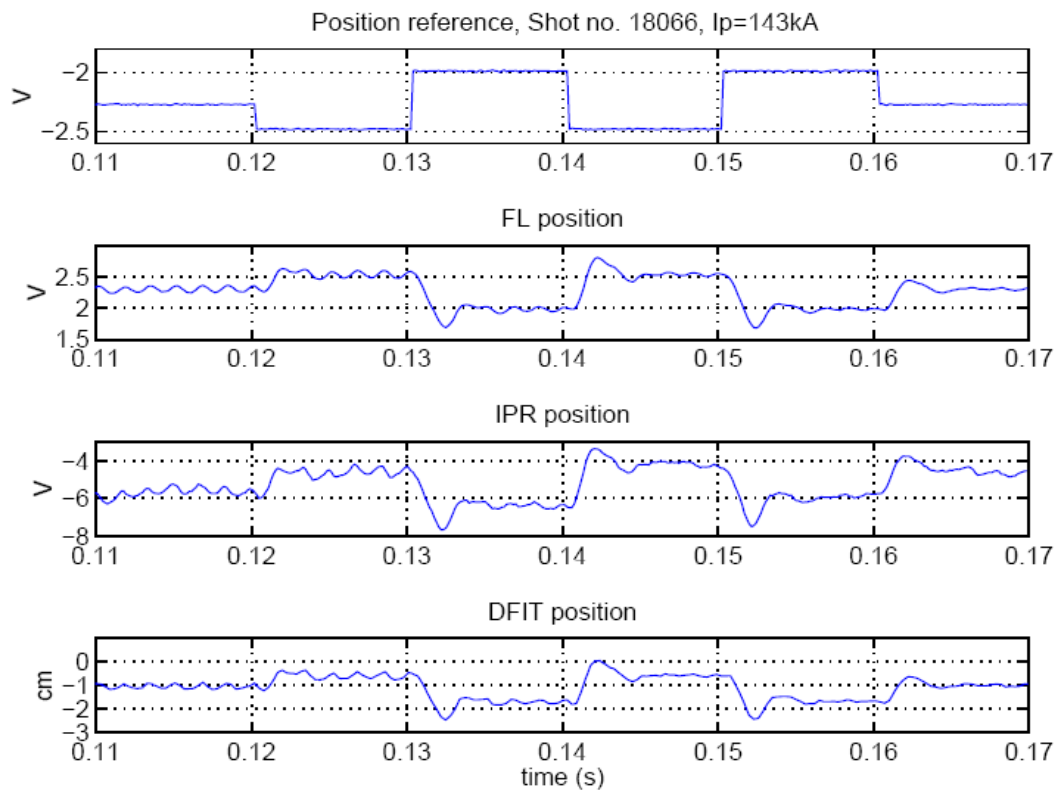
Tokamak COMPASS má celkem dva typy cívek pro diagnostiku vertikální polohy plazmatu. První z nich je sada interních parciálních Rogovského cívek, které jsou umístěny uvnitř komory tokamaku a zajišťují měření vertikální rychlosti plazmatu. Signál polohy plazmatu se dostává do magnetické diagnostiky dříve. Nevýhodou je špatná dostupnost cívek při opravách. Druhým typem cívek jsou tzv. Flux loops. Tyto cívky jsou navinuty v toroidálním směru kolem komory a proporcionálně měří polohu plazmatu - tento signál je následně zintegrován a vyhodnocován spolu se signálem od interních parciálních Rogovského cívek. Podrobně je vidět umístění těchto cívek na obr. 2.2. Odezvy na referenční signál z těchto cívek lze pak vidět na obr. 2.3. Tento graf byl převzat z [4]. Kmity s periodou  $\frac{0.1}{6} = 0.0167$  s jsou indukovány do měřicího systému jako dvanáctá harmonická napájecího napětí (50 Hz) výkonových usměrňovačů. Snahou konstruktérů řídicího systému je tuto falešnou informaci odfiltrovat [6]. V Praze bude při filtraci problémem proměnná frekvence napájecího setrvačnickového soustrojí.

---

<sup>1</sup>Věškeré energetické zařízení tokamaku COMPASS vybudovala firma ČKD, harwarové řízení zpětnovazebního systému IST Lisabon



Obrázek 2.2: Pozice cívek pro vertikální stabilizaci

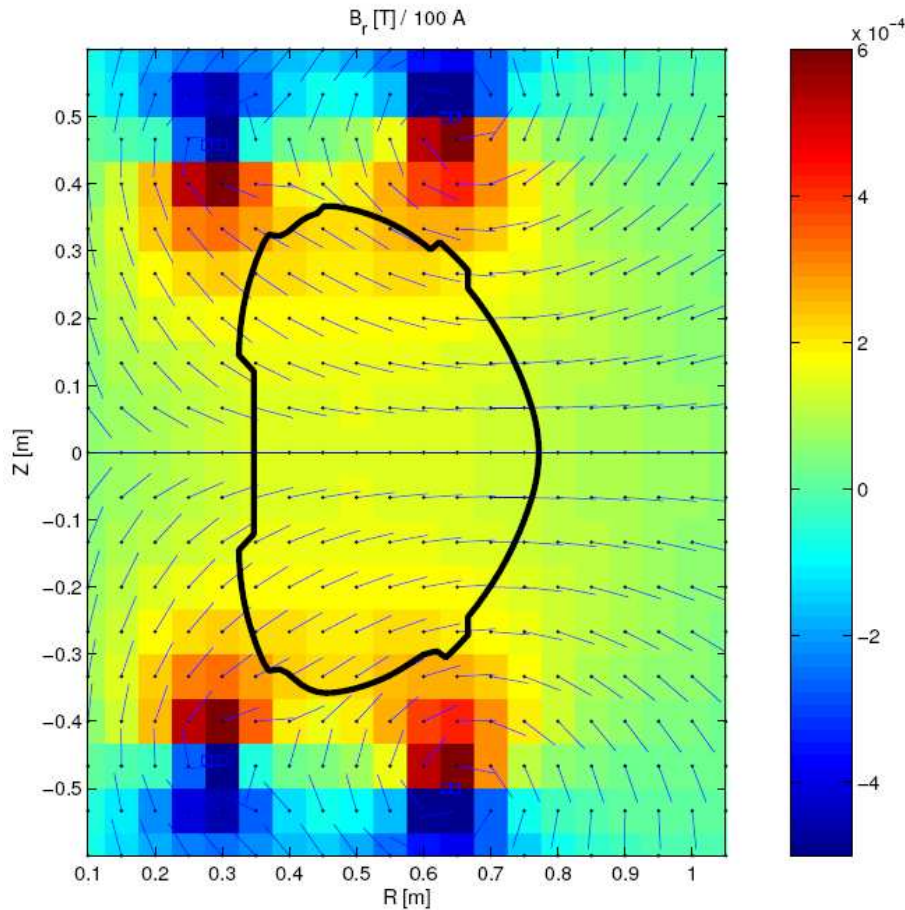


Obrázek 2.3: Odezva cívek na skokový referenční signál

## 2.2 Poloidální cívky pro stabilizaci

Akčním členem systému je skupina poloidálních cívek  $BR_P$ , která je tvořena cívkami F1 a F4 (viz. obr. 2.2 nebo obr. 3.1 - zde cívky vinutí F skupiny P2 a P4). To je mírná změna oproti zapojení tokamaku v Culhamu (zde byly použity cívky S4 a F4), díky níž je výsledné pole více homogenní [7]. Vlastní indukčnost obvodu je  $L_{BR} = 41.4 \mu\text{H}$ , která byla vypočítána z materiálových a geometrických vlastností cívky (Kapitola 3). Vlastní odpor byl změřen miliohmmetrem pomocí čtyřsvorkové metody,  $R_{BR} = 10.5 \text{ m}\Omega$ .

Simulaci radiálního pole od řídicí cívky můžeme vidět na obr. 2.4. Jednotlivé vektory ukazují směr pole, barva políčka pod nimi ukazuje velikost radiální složky těchto vektorů.

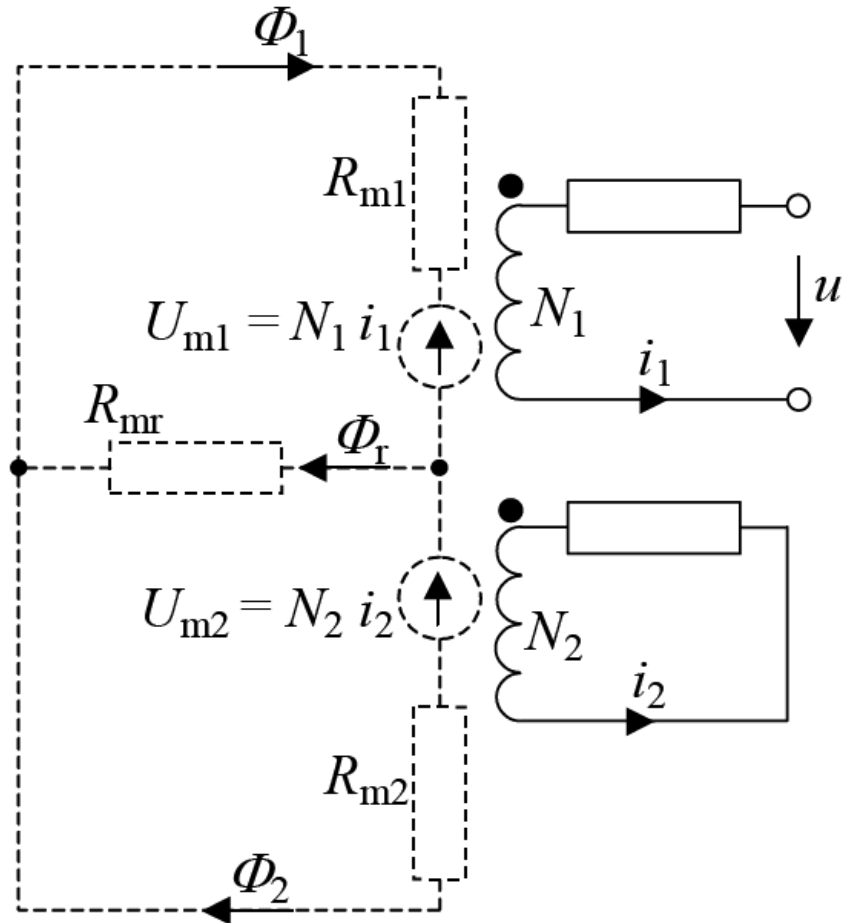


Obrázek 2.4: Simulace pole řídicích cívek

## 2.3 Model soustavy

Při odvozování modelu pro řízení vertikální nestability vycházíme z rovnováhy magnetických toků v komoře tokamaku. Budicí poloidální cívka vytváří celkový magnetický tok  $\phi_1$ , který dále můžeme rozdělit na rozptylový tok  $\phi_r$  (uzavírá se kolem cívky, aniž by vstupoval do komory a tudíž nelze využít k řízení plazmatu) a na tok  $\phi_2$  (vstupuje do komory a může plazma ovlivnit). Každý z těchto toků prochází prostředím, které má vlastní magnetický odpor ( $R_{m1}, R_{m2}, R_{mr}$ ). Při průchodu komorou je tok  $\phi_2$  zpomalován indukcí vířivých proudů do pláště komory, které brání změně pole.

Z těchto znalostí pak můžeme navrhnout magneticko-elektrický obvod, který bude základním kamenem celého modelu - obr. 2.5.



Obrázek 2.5: Model soustavy

Při odvozování stavového popisu soustavy využijeme především Kirchhoffových zákonů



(2.1), indukčního zákona (2.2), Hopkinsova zákona (2.3) (obdoba Kirchhoffova napěťového zákona) a zákona rovnováhy magnetických toků (obdoba Kirchhoffova proudového zákona) (2.4) [8]. Pomocí těchto zákonů můžeme obvod popsat rovnicemi (2.5) a (2.6).

$$\sum_{v \text{ uzavř. smyčce}} U_n = 0$$

$$\sum_{do \text{ uzlu}} I_n = 0 \quad (2.1)$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} = N \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (2.2)$$

$$U_m = N \cdot I = \sum R_{mi} \phi \quad (2.3)$$

$$\Phi_r = \Phi_1 - \Phi_2 \quad (2.4)$$

Obvod tedy vyjádříme rovnicemi (2.5) a (2.6).

$$u = R_1 \cdot i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt}$$

$$0 = R_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \quad (2.5)$$

$$N_1 \cdot i_1 = U_{m1} = (R_{mr} + R_{m1}) \cdot \phi_1 - R_{mr} \cdot \phi_2$$

$$N_2 \cdot i_2 = U_{m2} = (R_{mr} + R_{m2}) \cdot \phi_2 - R_{mr} \cdot \phi_1 \quad (2.6)$$

Rovnice (2.5) a (2.6) upravíme do přijatelného tvaru (2.7). Indukčnosti a derivace proudu ze vztahu (2.5) nahradíme podle zákona (2.2) počty závitů těchto cívek a derivacemi příslušných magnetických toků.

$$\frac{u}{N_1} = \frac{R_1}{N_1} \cdot i_1 + \frac{d\phi_1}{dt} \quad ; \quad i_1 = \frac{(R_{m1} + R_{mr})}{N_1} \cdot \phi_1 - \frac{R_{mr}}{N_1} \cdot \phi_2$$

$$0 = \frac{R_2}{N_2} \cdot i_2 + \frac{d\phi_2}{dt} \quad ; \quad i_2 = \frac{(R_{m2} + R_{mr})}{N_2} \cdot \phi_2 - \frac{R_{mr}}{N_2} \cdot \phi_1 \quad (2.7)$$

Rovnice (2.7) nyní dosadíme přes proudy do sebe. Tím dostaneme stavové rovnice systému (2.8).

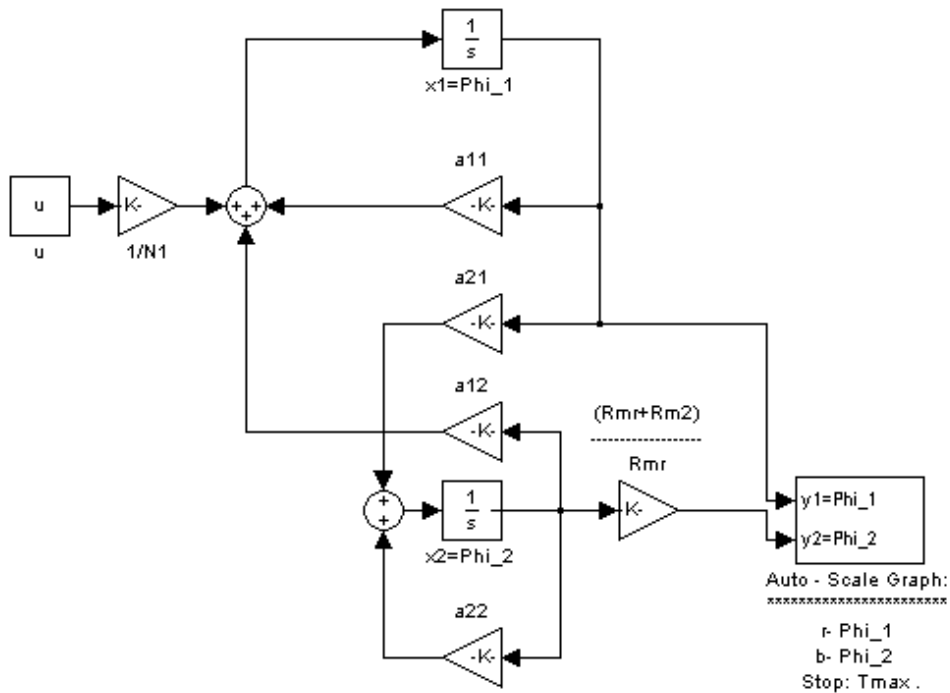
$$\frac{d\phi_1}{dt} = -\frac{R_1 \cdot (R_{m1} + R_{mr})}{N_1^2} \cdot \phi_1 + \frac{R_1 \cdot R_{mr}}{N_1^2} \cdot \phi_2 + \frac{u}{N_1}$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} = -\frac{R_2 \cdot (R_{m2} + R_{mr})}{N_2^2} \cdot \phi_2 + \frac{R_2 \cdot R_{mr}}{N_2^2} \cdot \phi_1 \quad (2.8)$$

Z rovnic (2.8) jsme schopni určit stavový popis modelu (2.9). Z něj sestavíme schéma systému vhodné pro simulace v programu Simulink<sup>®</sup>. - obr. 2.6.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_1(t) \\ \dot{\phi}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1 \cdot (R_{m1} + R_{rm})}{N_1^2} & \frac{R_1 \cdot R_{rm}}{N_1^2} \\ \frac{R_2 \cdot R_{rm}}{N_2^2} & -\frac{R_2 \cdot (R_{m2} + R_{rm})}{N_2^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{N_1} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{bmatrix} + [0] \cdot u(t) \quad (2.9)$$



Obrázek 2.6: Simulinkové schéma stavového popisu soustavy

Zesílení  $\phi_2$  na výstupu je do schématu uměle dodáno, abychom viděli poměr toků  $\phi_1$  a  $\phi_2$ .

### 2.3.1 Identifikace konstant modelu

Stavový popis (2.9) je obecný lineární model. Pro jeho konkrétní podobu je zapotřebí správně identifikovat konstanty.

$N_1$  je počet závitů řídicí cívky,  $N_2$  je počet „závitů“ vířivých proudů. Ty se nám indukují v komoře tokamaku (komoře tvoří 1 závit). Hodnota  $R_1$  byla změřena (viz. 2.2

Poloidální cívky pro stabilizaci). Pro přesnější hodnotu by bylo potřeba změřit frekvenční charakteristiku obvodu řídicí cívky.  $R_2$  je odpor komory - tato hodnota byla převzata z dokumentace UKAEA tokamaku COMPASS [9].

Pro určení hodnot magnetických odporů budeme vycházet ze zákona zachování magnetických toků (2.4). Tok  $\phi_r$  spolu s  $\phi_2$  tvoří dohromady tok  $\phi_1$ , který vytváří řídicí cívka.  $\phi_r$  i  $\phi_2$  mají ve stacionárním stavu statickém své vlastní magnetické odpory, které paralelně tvoří magnetický odpor toku  $\phi_1$ . Tím docházíme do situace, že  $R_{m1} = 0$  a je tedy ve schématu zbytečně.

$$R_m = \frac{N \cdot I}{\phi} \quad (2.10)$$

Magnetický odpor rozptylového toku  $R_{mr}$  byl vypočítán ze simulace toku  $\phi_1$  od řídicí cívky, kde byly sečteny všechny hodnoty toků, které se neuzavírají v komoře ( $\phi_r$ ) a odpor  $R_{mr}$  dopočítáme podle (2.10) [10], kde  $I$  je proud cívky, která tok vytváří. Hodnota  $R_{m2}$  byla vypočítána obdobně.

Během přechodového děje magnetických toků však nebudou hodnoty magnetických odporů korektní. Vířivé proudy budou bránit změně pole a v prvních okamžicích se bude tok  $\phi_1$  uzavírat spíše mimo komoru. Tuto skutečnost lze postihnout bezrozměrnou konstantou  $q$  (nabývá hodnot  $< 0, 1 >$ ), díky níž lze vyjádřit rozdělení poměru těchto odporů během přechodového děje. Magnetické odpory pak budou  $q \cdot R_{m1}$ ,  $(1 - q)R_{m2}$  a  $(1 - q)R_{mr}$ .

Souhrn všech vypočítaných konstant můžeme najít v tab. 2.1.

Tabulka 2.1: Hodnoty konstant modelu

Konstanta	$N_1$	$N_2$	$R_1$	$R_2$
Hodnota	8	1	10.5 m $\Omega$	0.63 m $\Omega$
Konstanta	$R_{m1}$	$R_{m2}$	$R_{mr}$	-
Hodnota	0	$2.2352 \cdot 10^6$ H $^{-1}$	$4.334 \cdot 10^6$ H $^{-1}$	-

Výpočet jednotlivých konstant (především  $R_{m1}$ ,  $R_{m2}$  a  $R_{mr}$ ) probíhal ze simulací magnetických toků od řídicí poloidální cívky. Nemůžeme si být tedy jisti, zda tyto konstanty odpovídají přesně skutečnosti. Navíc se pravděpodobně stane, že se tyto konstanty budou během výstřelu (jedno vytvoření plazmy v tokamaku) měnit vlivem různých jevů, které náš model nezahrnuje (zahřívání materiálů, stacionární a proměnné pole od ostatních cívek a podobně). Pro přesnější určení těchto konstant je tak zapotřebí experiment s plazmatem uvnitř komory (např. srovnání modelu a reálné soustavy při kruhovém průřezu

plazmatu, kde se neprojevuje vertikální nestabilita), což v době psaní této práce nebylo možné. Vypočítané hodnoty tedy musíme brát přibližně.

## 2.4 Rychlý zdroj proudu a jeho regulátor

Pro řízení soustavy bude použit proudový zesilovač, který navrhl Ing. Jiří Vlček. Jeho konstrukční parametry lze vidět v tab. 2.2. Tento zesilovač bude dodávat žádané hodnoty proudu do poloidálních cívek BR obvodu, které budou vytvořeným polem působit na plazma. Konstrukce zesilovače předpokládá maximální proud po dobu 1 sekundy (na tokamaku COMPASS se předpokládá doba výstřelu 1 - 2 sekundy), poté bude muset být zesilovač chlazen po dobu minimálně 10 minut. Podrobný popis konstrukce a schéma zapojení zesilovače lze najít na přiloženém CD - soubor `zesilovac.doc`.

Tabulka 2.2: Konstrukční parametry zesilovače pro vertikální stabilizaci

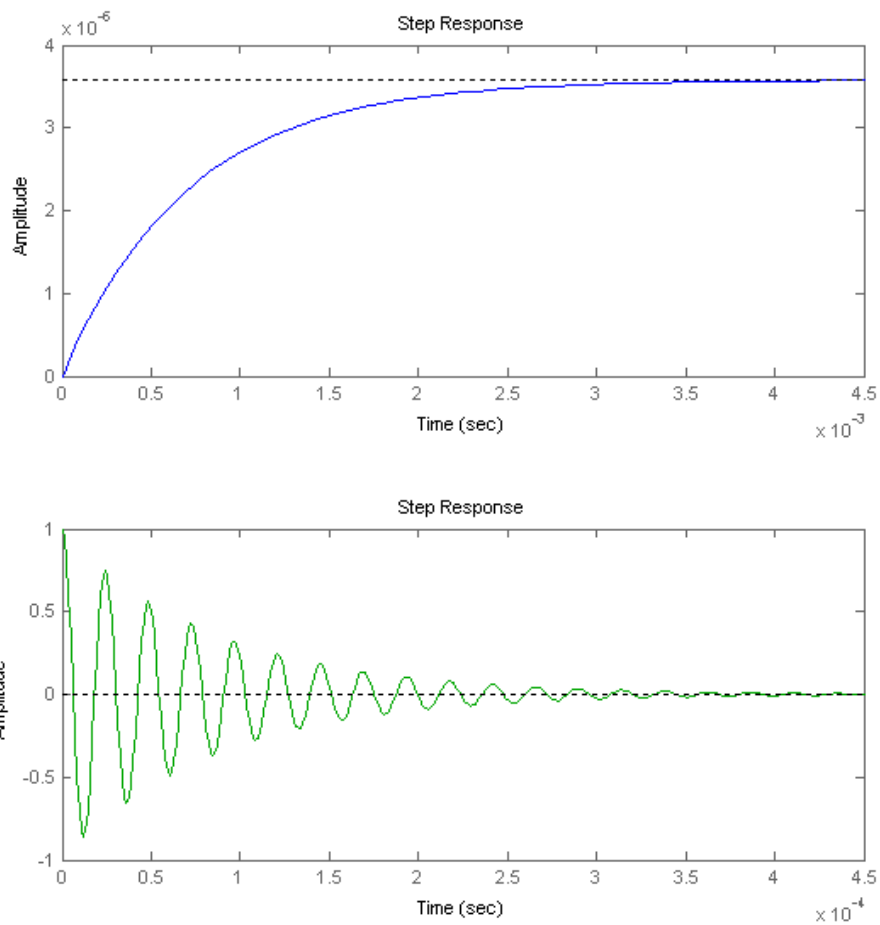
Parametr	Hodnota
Výstupní proud	5 kA
Napájecí napětí	$\pm 50$ V
Kmitočtový rozsah	DC - 20 kHz
Zatěžovací impedance	$5 \text{ m}\Omega - 274 \mu\text{H}$
Zkreslení	$< 2\%$
Vstupní napětí	$\pm 1$ V
Způsob provozu	spojitý - zesilovač ve třídě B (AB)

### 2.4.1 Vnitřní proudová zpětná vazba

Model zesilovače a jeho regulátoru lze vidět na obr. 2.8. Jelikož maximální zesílení zesilovače není nekonečné, vyskytuje se ve schématu saturační člen (maximální hodnota napětí je  $\pm 50$ V). Referenční signál zesilovače je  $\pm 1$ V. V poměru s maximálním zesílením nám tedy určuje maximální možné zesílení  $K_i = 50$ . Maximální hodnota proudu je pak  $I_{max} = \frac{U_{max}}{R_1} = 4762 \text{ A}$ . V modelu bereme dále v potaz mimo zesílení též zpoždění zesilovače, které je dáno jeho mezním kmitočtem  $f_{mez} = 20\text{kHz}$ , tedy  $T_a = 5 \cdot 10^{-5}$ .

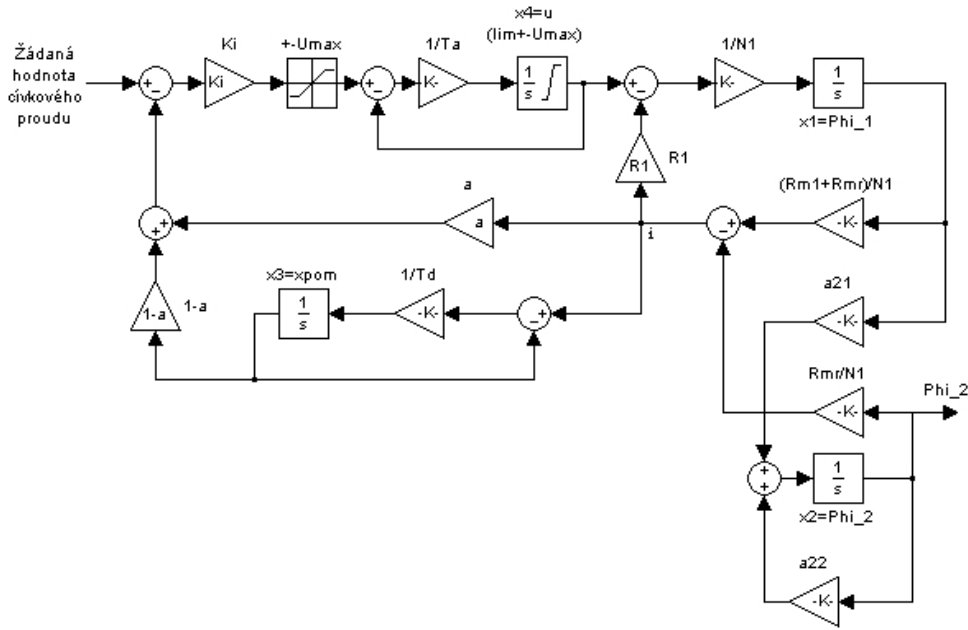
Odezvu na skok žádané veličiny a odezvu regulační odchylky tohoto systému pouze s jednoduchou zpětnou vazbou můžeme vidět na obr. 2.7. Z obrázku je patrné, že tok

$\phi_2$  se ustaluje exponenciálně a že zesilovač při ustalování hodně kmitá. Regulátor by měl upravit dynamické vlastnosti soustavy - ustalování toku  $\phi_2$  a zákmity proudu zesilovače. Nejdůležitější vlastností takto navrhnutého regulátoru je ale skutečnost, že převádí plochu pod skokovou odezvou proudu, která by jinak byla „odříznuta“ saturačním členem, na plochu obdélníku pod hranicí saturace. Nedochozí tak ke ztrátě maximálního využitelného výkonu zesilovače. Takto navržený regulátor by měl mít symbolický přenos (2.11), ve skutečnosti bude jeho přenos ovlivněn indukční zátěží a zpožděním zesilovače (časovou konstantou  $T_a$ ).



Obrázek 2.7: Odezva systému a regulační odchylky bez regulátoru vnitřní smyčky

$$R(s) = \frac{1 + T_d \cdot a \cdot s}{1 + T_d \cdot s} \quad (2.11)$$



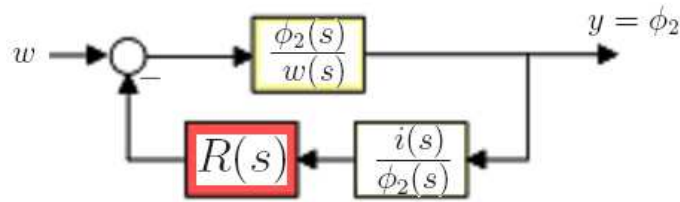
Obrázek 2.8: Simulinkové schéma zesilovače a jeho proudové zpětné vazby

Jedná se tedy o PD regulátor (přesněji řečeno o filtrovaný D regulátor) proudu zesilovače, který představuje regulátor vnitřní smyčky. Postupným zjednodušováním schématu obr. 2.8 vyjádříme přenosy žádané odchylky cívkového proudu na tok  $\phi_2$  (2.12) a na proud zesilovače  $i$  (2.13). Po správném vydělení těchto dvou přenosů dostáváme i přenos toku  $\phi_2$  na proud zesilovače (2.14). Tyto přenosy lze dosadit do architektury regulační smyčky na (2.9).

$$\frac{\phi_2(s)}{w(s)} = \frac{3.41303 \cdot 10^8}{(216.093 + s)(4633.55 + s)(20000. + 1.s)} \quad (2.12)$$

$$\frac{i(s)}{w(s)} = \frac{6.77188 \cdot 10^{10} (1408.18 + s)}{(216.093 + s)(4633.55 + s)(20000 + s)} \quad (2.13)$$

$$\frac{i(s)}{\phi_2(s)} = 279400 + 198.413s \quad (2.14)$$



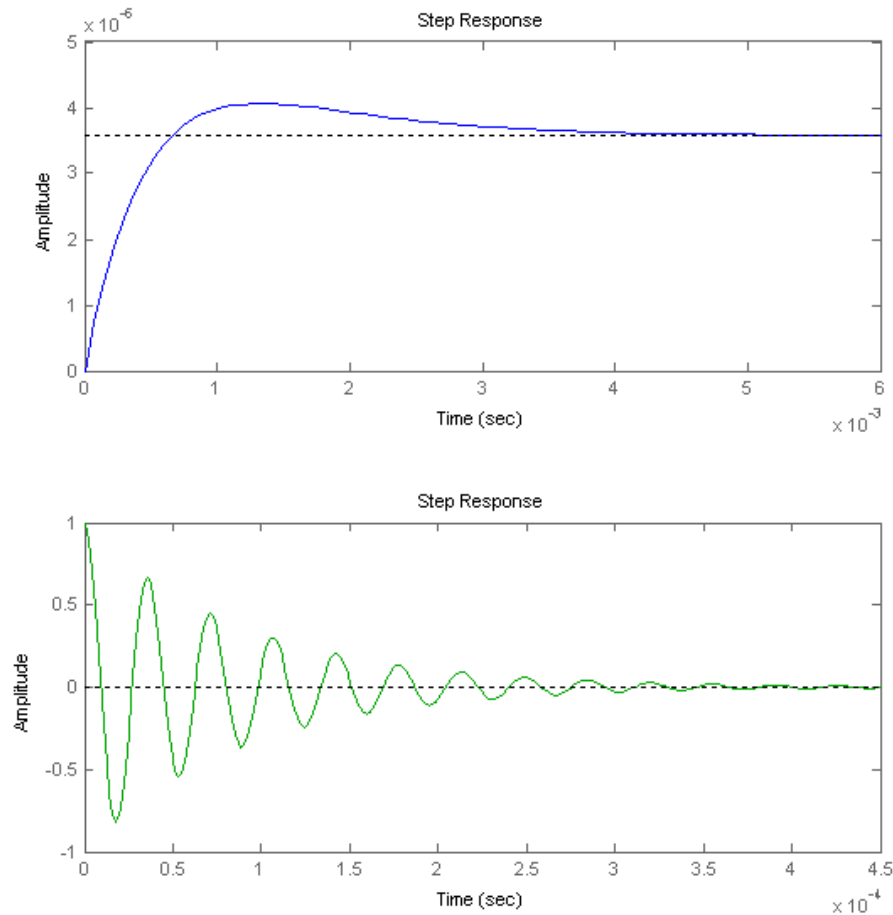
Obrázek 2.9: Schéma přenosů pro nastavování regulátoru

Na ustalování toku  $\phi_2$  má zásadní vliv nula regulátoru. Pro rychlou regulaci nestabilit plazmatu by bylo nejlepší, kdyby tok  $\phi_2$  mírně překmitnul - zvýšíme tím především rychlost náběhu a na plazma bude působit o něco více energie, než potřebujeme. Při našem jednoduchém modelu může i to být výhodou, poněvadž nebereme v úvahu rušivé děje, které mohou probíhat v řídicí cívce, ale i v přenosu toku této cívky.

Pól regulátoru určuje především ustalování proudu zesilovače. Čím větší je zesílení  $K_i$ , tím je toto ustálení kmitavější - to lze zmírnit umístěním tohoto pólu v okolí za nejrychlejší pól otevřené smyčky.

Postupnou optimalizací polohy pólu a nuly byl navržen regulátor s parametry  $T_d = 1.323 \cdot 10^{-3}$  a  $a = 0.4692$  (2.15). Skokovou odezvu toku  $\phi_2$  a odezvu regulační odchylky můžeme vidět na obr. 2.10. Je vidět, že tok  $\phi_2$  se ustaluje 4x rychleji a zákmity proudu byly sníženy téměř na polovinu.

$$R(s) = \frac{769.231 + 0.4692s}{769.231 + s} \quad (2.15)$$



Obrázek 2.10: Odezva systému a regulační odchylky s regulátorem vnitřní smyčky

## 2.5 Model a jeho regulace

Návrhem regulátoru vnitřní smyčky bylo dokončeno modelování systému pro stabilizaci. Nestabilitu plazmatu vyjádříme pomocí kladné zpětné vazby integrátoru s časovou konstantou  $T_p = \frac{1}{2260}$  [4] v přímé větvi (protože však během výboje bude k těmto poruchám docházet téměř neustále, byl zde přidán ještě generátor bílého šumu, který představuje skokové změny derivace polohy plazmatu).

Do derivačního kanálu byla dále přidána nelinearita - lomená funkce, která zvyšuje zesílení derivační složky pro větší amplitudy a tak pomáhá ztlumit kmity s větší amplitudou. Základní část této nelinearity v okolí nuly je v derivačním kanálu modelu



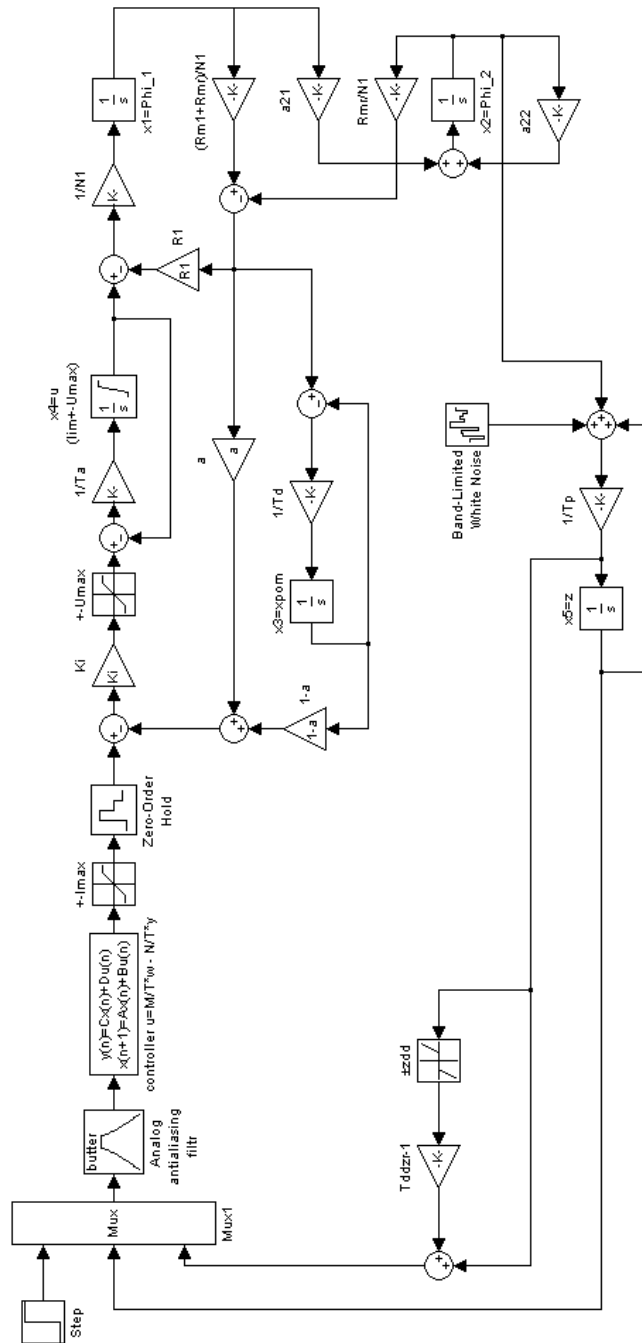
tvořena lineárním zesílením  $r_1$ , počítaným z proporcionálního zesílení  $r_0$  a derivační časové konstanty  $T_{dz}$ . K tomuto lineárnímu zesílení se pro signály s absolutní hodnotou větší než práh  $z_{dd}$  přičítá takový lineární signál, aby lokální derivační časová konstanta byla  $T_{ddzr} \cdot T_{dz}$ . Konstanta  $T_{ddzr}$  je tedy poměr strmostí charakteristiky derivačního kanálu pro velké a malé signály.

Odsud se na vstup dostává signál polohy (měřený pomocí Flux loops cívek) a signál rychlosti plazmatu (měřený pomocí interních parciálních Rogowského cívek).

Na vstupu se nám mohou do soustavy dostávat rušivé signály z magnetické diagnostiky - vstup by tedy měl být filtrovaný pásmovou propustí na frekvenci vzorkování. K tomu slouží antialiasing filtr. Jeho návrh však nespadá do této práce - nejdřív je potřeba znát signály od magnetické diagnostiky a těm tento filtr přizpůsobit. Při realizaci zpětnovazebního řízení však tuto skutečnost nelze opomenout.

Dále je signál od regulátoru omezen saturací  $I_{max}$ . Přestože slouží jako anti-windup obvod pro případnou integrační složku regulátoru, omezuje především žádanou hodnotu cívkového proudu od regulátoru.

Celková soustava se díky nestabilitě plazmatu jeví jako integračně nestabilní - nejlepším regulátorem soustavy tedy bude PD regulátor. Ten bude realizován jako algoritmus v řídicím počítači celého systému zpětné vazby (zahrnuje vertikální a radiální stabilizaci plazmatu). Celkové schéma systému můžeme vidět na obr. 2.11.



Obrázek 2.11: Simulinkový model pro vertikální stabilizaci

### 2.5.1 Stavový popis modelu

Pomocí simulinkového schématu jsme schopni odvodit stavový popis soustavy. Ten je ale ze své podstaty lineární - musíme tedy zanedbat nelinearity ve schématu. K tomu je třeba přihlížet zejména při návrhu regulátoru soustavy. Inspekci schématu na obr. 2.11 dostáváme stavový popis soustavy (2.16). Jednotlivé členy stavové matice a matice vstupů jsou v tab. 2.3.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_1(t) \\ \dot{\phi}_2(t) \\ \dot{x}_r(t) \\ \dot{u}_x(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 \\ 0 & a_{52} & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \\ x_r(t) \\ u_x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_{41} \\ 0 \end{bmatrix} w(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1(t) & \phi_2(t) & x_r(t) & u_x(t) & z(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.16)$$

Tabulka 2.3: Členy stavové matice a matice vstupů

$a_{11} = -\frac{R_1 \cdot (R_{m1} + R_{rm})}{N_1^2}$	$a_{12} = \frac{R_1 \cdot R_{rm}}{N_1^2}$	$a_{14} = \frac{1}{N_1}$
$a_{21} = \frac{R_2 \cdot R_{rm}}{N_2^2}$	$a_{22} = -\frac{R_2 \cdot (R_{m2} + R_{rm})}{N_2^2}$	-
$a_{31} = \frac{R_{m1} + R_{rm}}{N_1 T_d}$	$a_{32} = -\frac{R_{rm}}{N_1 T_d}$	$a_{33} = -\frac{1}{T_d}$
$a_{41} = -\frac{K_i \cdot a \cdot (R_{m1} + R_{rm})}{N_1 T_a}$	$a_{42} = \frac{K_i \cdot a \cdot R_{rm}}{N_1 T_a}$	$a_{43} = \frac{K_i \cdot (a-1)}{T_a}$
$a_{44} = -\frac{1}{T_a}$	$a_{52} = \frac{1}{T_p}$	$a_{55} = \frac{1}{T_p}$
$b_{11} = \frac{K_i}{T_a}$	-	-

### 2.5.2 Přenos

Ze stavového popisu jsme schopni pomocí přepisu (2.17) určit přenos systému, který budeme používat k návrhu regulátorů pro řízení. Po dosazení všech konstant pak dostáváme (2.18). Po převedení do diskrétní podoby dostáváme (2.19).

$$G(s) = \mathbf{C} \cdot [s \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A}] \cdot \mathbf{B} \quad (2.17)$$

$$\frac{7.71344 \cdot 10^{11} \times (769.231 + s)}{(1414.66 + s)(1629.92 + s)(s - 2260)(3.18197 \cdot 10^{10} + 22574.3 \cdot s + s^2)} \quad (2.18)$$

$$\frac{4.8017 \cdot 10^{-8} \times (z + 1.062)(z - 0.932)(z^2 - 1.113z + 0.374)}{(z - 1.12)(z - 0.932)(z - 0.7685)(z^2 - 1.115z + 0.3756)} \quad (2.19)$$

Další přenosy (prakticky jakékoliv) si můžeme ze stavového popisu vytvořit velmi jednoduše - např. v prostředí MATLAB<sup>©</sup> nebo Mathematica<sup>©</sup>, což nám značně usnadňuje práci. Tyto přenosy lze využít k seřizování velkého množství regulátorů různými metodami. Zajímavým námětem k další práci může být vyjádření ekvivalentního přenosu pro nejvýznamější nelinearitu v modelu a zjistit tak její vliv na celkovou stabilitu.

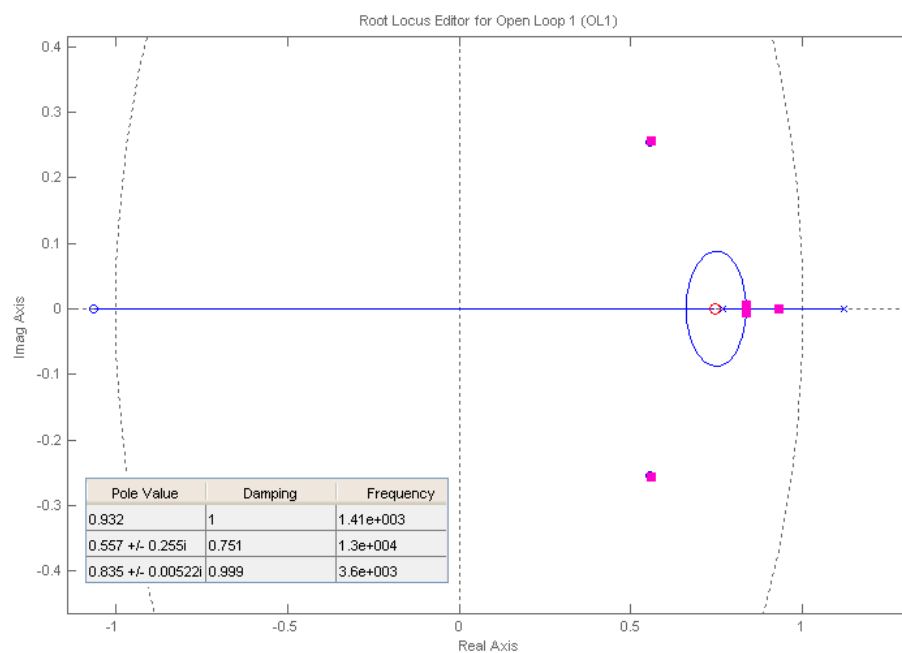
### 2.5.3 Návrh regulátoru polohy plazmatu

Nyní bychom se měli zamyslet nad filozofií regulátoru polohy plazmatu. Regulátor by měl být odolný proti vertikálním výkyvům polohy, které by měl v dostatečném čase regulovat. Tyto výchylky však nebudou přehnaně vysoké (při výchylce plazmy o 4 cm nastává disrupce, jelikož se nám plazma dotýká komory). Regulátor by měl dle mého názoru v krátkém čase tlumit menší vertikální výchylky. Pokud ale bude regulace přehnaně „agresivní“, nemusí regulovat největší možné výchylky a může být snadno ovlivněna šumem z měření. Při seřizování regulátoru musíme být tedy ohleduplní na obě strany.

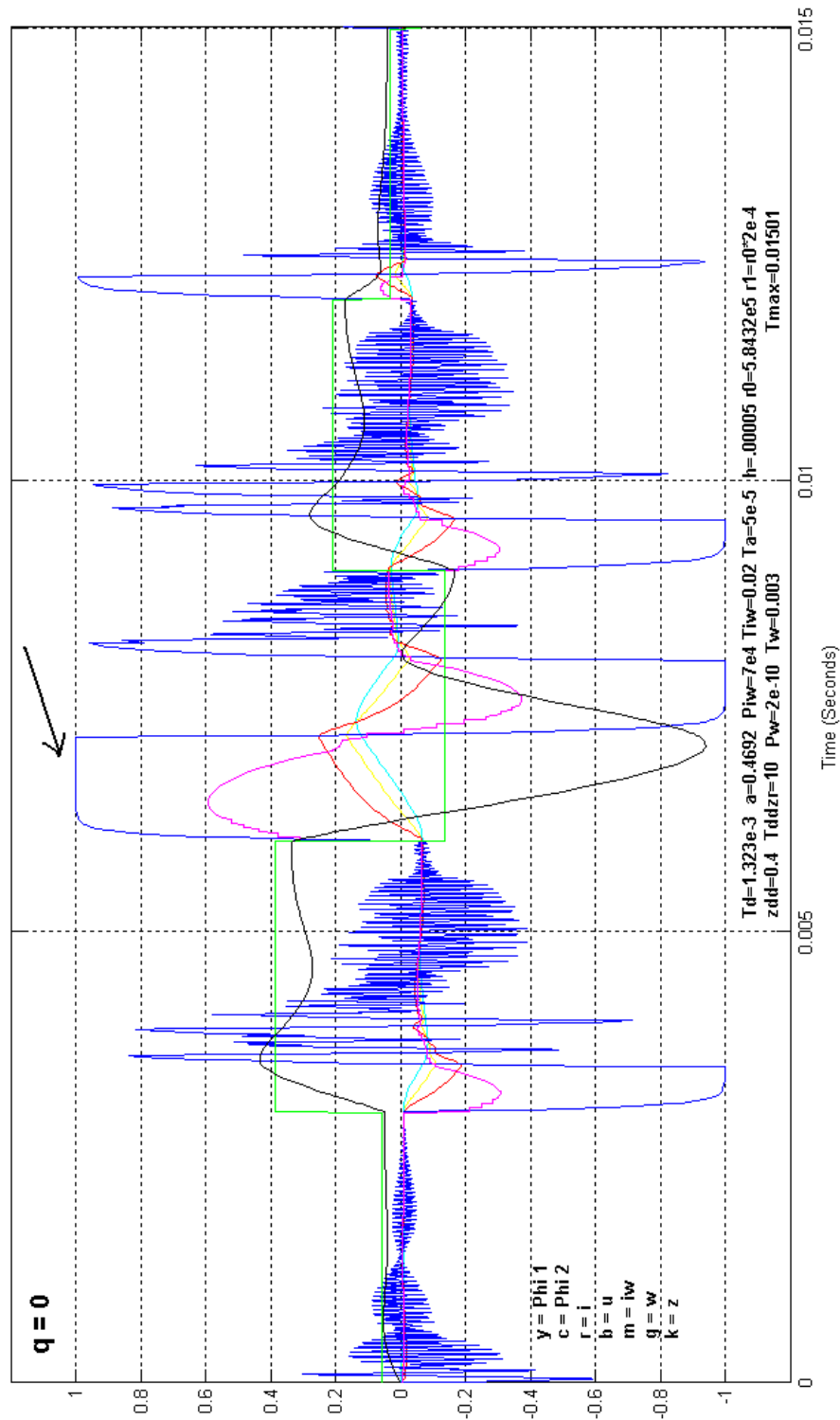
#### 2.5.3.1 Metoda geometrického místa kořenů

V prostředí MATLAB<sup>©</sup> jsme pomocí funkce `sisotool` schopni vyobrazit polohu kořenů otevřené smyčky přenosu našeho modelu (2.19) - obr. 2.12. Přidáním jedné nuly a nalezením vhodného zesílení jsme schopni dosáhnout regulace v souladu s výše uvedenou metodikou (2.20). Celkovou simulaci celého modelu lze vidět na obr. 2.13.

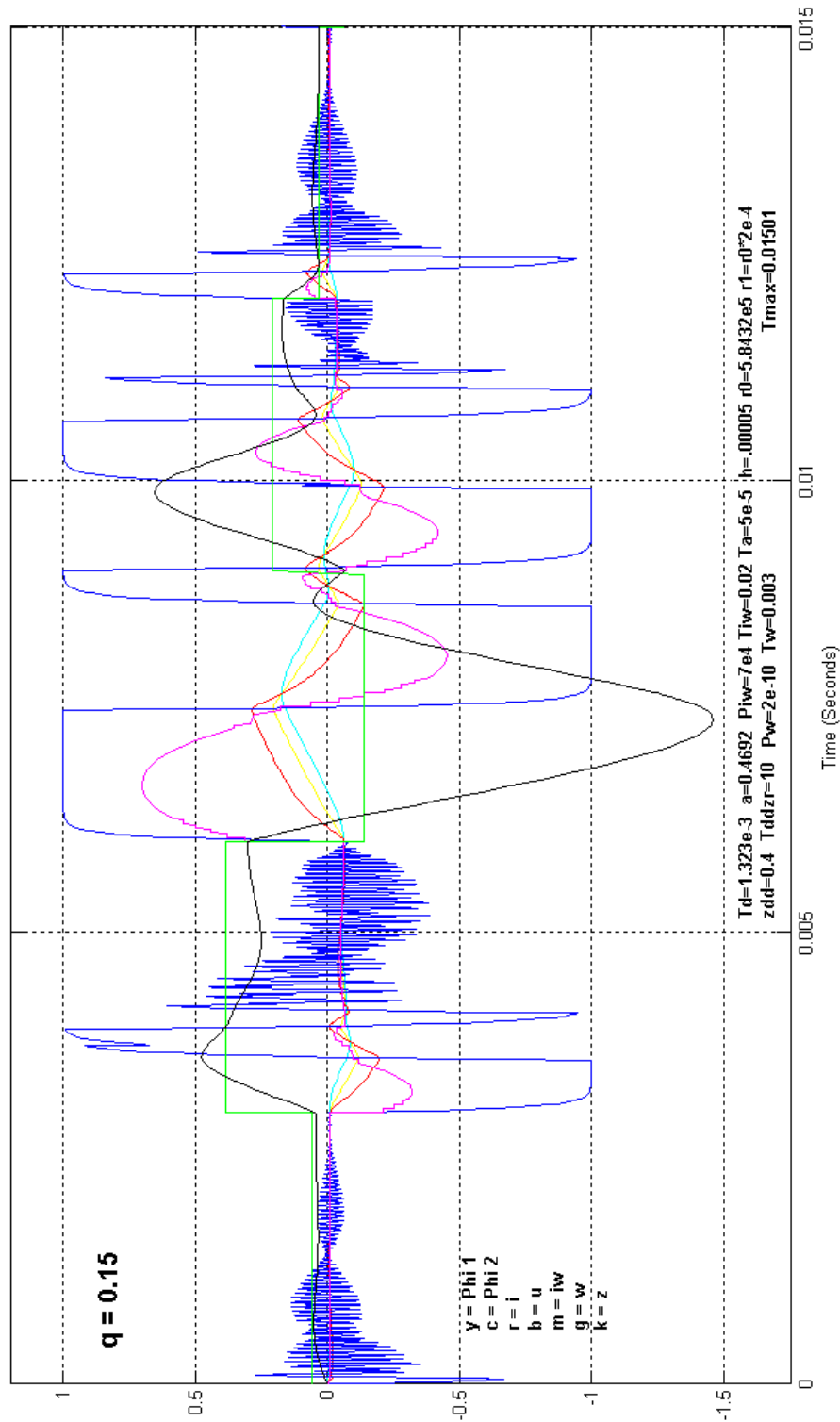
$$C_{RL} = 5.8432 \cdot 10^5 \times (1 + 0.0002w) \quad ; \quad w = \frac{z - 1}{h} \quad (2.20)$$



Obrázek 2.12: Root locus modelu



Obrázek 2.13: Simulace regulátoru  $C_{RL}$  na modelu,  $q=0$



Obrázek 2.14: Simulace regulátoru  $C_{RL}$  na modelu,  $q=0.2$

Na obr. 2.13 můžeme vidět omezení v PD regulátoru (černá šipka). Při větším nasycení

obvodu se ten stává nestabilní. Při vzorkovací periodě  $50\mu\text{s}$  je systém i pro poměrně velmi malé perturbace  $P_w = 2 \cdot 10^{-10}$  před hranicí nestability.

Na obr. 2.14 je navíc do modelu zaveden poměr  $q$  té části magnetického obvodu, v níž lze předpokládat, že se při přechodovém ději tvar pole nemění a zbylé části, v níž se uplatňuje dělení magnetických odporů na  $R_{m2}$  a  $R_{mr}$ . Pro  $q=0.15$ , stejné seřízení regulátoru a stejný rozptyl poruchového signálu  $P_w$  je obvod již blízky nestabilitě a pro vyšší  $q$  se stává nestabilní.

### 2.5.3.2 Regulátor navržený podle frekvenčních metod

Pomocí tvarování frekvenční charakteristiky přenosu (2.18) jsme schopni navrhnout frekvenční regulátor na námi zvolené hodnotě fázové bezpečnosti. Výsledný regulátor  $C_F$  (2.21) má vzhledem k regulátoru  $C_{RL}$  delší dobu ustálení a je více kmitavý. Pro nižší hodnoty fázové bezpečnosti nebude takto navržený regulátor soustavu stabilizovat, pro vyšší hodnoty bude stále větší doba ustálení regulované soustavy.

$$\arg(S(j\omega_\Delta)) = \phi_\Delta = -180^\circ - 45^\circ + 67^\circ = -158^\circ$$

$$\omega_\Delta = 5.02 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$|S(j\omega_\Delta)|_{dB} = -119 \rightarrow S(j\omega_\Delta) = 6.302 \cdot 10^5$$

$$C_F = 6.302 \cdot 10^5 \times (1 + 1.992 \cdot 10^{-4}s) \Leftrightarrow 6.302 \cdot 10^5 \times (1 + 0.00022w) ; w = \frac{z-1}{h} \quad (2.21)$$

### 2.5.3.3 Regulátor podle Ziegler-Nicholse

Pomocí pokusů se soustavou jsem metodou cyklické optimalizace našel kritické zesílení  $K_c$  a periodu  $T_c$  soustavy. Díky tomu bylo možno sestavit regulátor  $C_{ZN}$  (2.22), který ale nedokázal soustavu stabilizovat.

$$K_c = 5 \cdot 10^5 ; T_c = 2.8 \cdot 10^{-3}$$

$$r_0 = 0.45 \cdot K_c = 2.25 \cdot 10^5 ; r_1 = 0.12 \cdot T_c = 3.36 \cdot 10^{-4}$$

$$C_{ZN} = 5 \cdot 10^5 \times (1 + 3.36 \cdot 10^{-4}s) \Leftrightarrow 5 \cdot 10^5 \times (1 + 0.00036w) ; w = \frac{z-1}{h} \quad (2.22)$$

### 2.5.3.4 Regulátor typu Deadbeat

Regulátor deadbeat - minimální počet kroků - (ať už slabou či silnou verzi) jsem navrhl pomocí pomocí programu `dcppx.m`. Při frekvenci vzorkování „pouze“ 20 kHz jsem obdržel



regulační zásahy v řádu  $10^{95}$ . Reálnou soustavu regulátor nedokázal stabilizovat též díky omezením v nelinearitách. Tyto skutečnosti činí tento regulátor pro náš případ zcela nepoužitelný.

Další kolegové, kteří se zabývají vertikální stabilizací plazmatu našli jinší regulátory - více např. [4] nebo [6]. Do budoucna bude velmi zajímavé sledovat nasazení těchto regulátorů na navrženém modelu i na reálné soustavě a srovnávat tyto regulátory s těmi, které jsem navrhl já.

# Kapitola 3

## Indukčnosti cívek tokamaku COMPASS

Během mého působení na ÚFP AV ČR spojeného s prací na bakalářské práci jsem byl požádán společně s kolegou Mgr. Josefem Havlíčkem, abychom výpočtem ověřili vlastní a vzájemné indukčnosti poloidálních cívek na tokamaku COMPASS. S kolegou jsme se dohodli, že budeme postupovat samostatně a výsledky poté porovnáme, abychom co nejvíc zabránili chybě [7]. Mgr. Jan Horáček, Ph.D. mi pak doporučil, aby tato práce byla součástí mé bakalářské práce.

Obecně platí konvence, že cívka se označuje podle pole, které vytváří. Mimo toroidálních cívek (uloženy v poloidálním směru), které zajišťují ohmický ohřev plazmatu, má tokamak COMPASS ještě celkem 37 silových poloidálních cívek (uloženy ve směru toroidálním), které společně vytvářejí výsledné poloidální magnetické pole v komoře. Tyto cívky můžeme podle účelu zařadit do 4 skupin:

- vinutí M - Magnetising - cívky vytvářející pole jehož změna generuje proud plazmatem k ohřevu a udržení
- vinutí E - Equilibrium - cívky kompenzující radiální expanzi plazmatického toru
- vinutí S - Shaping - cívky poskytující různé tvary plazmatu
- vinutí F - Feedback - cívky pro rychlou kontrolu polohy plazmatu pomocí zpětnovazebného řízení

Hlavním úkolem magnetických cívek je především vytvoření poloidálního magnetického pole uvnitř komory tokamaku a rychlou kontrolu jeho malých změn. Toto pole

pak vymezuje tvar plazmatu v komoře.

Cívky vinutí E vytvářejí dodatečné magnetické pole, které polohuje plazma do rovnovážné polohy a dává mu základní tvar. Tyto obvody jsou však příliš pomalé k tomu, aby mohly i zároveň rychle řídit polohu plazmatu při vertikálních nestabilitách.

Obvody vinutí S pro tvarování (dále shaping) jsou charakteristické pro všechny tokamaky, které mají jiný než kruhový průřez plazmatu. Jejich hlavním cílem je tvarování průřezu plazmatu - pro COMPASS můžeme charakteristický tvar vidět na obr. 1.6. To umožňuje především přejít z L-módu do H-módu<sup>1</sup>, tj. do stavu s vyšším udržením energie.

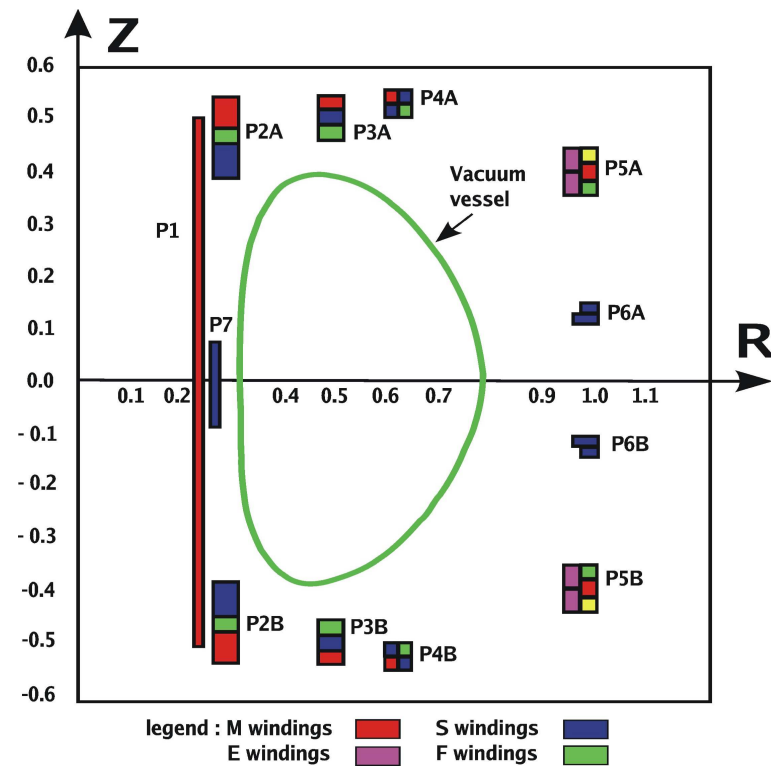
Jelikož obvody pro shaping vytváří především vertikální nestabilitu plazmatu, musí být doprovázeny cívkami pro feedback. Jedná se o rychlé cívky s minimálním počtem závitů, které kompenzují nestabilitu způsobenou obvodem shapingu. Cívky pro feedback se dělí dále na obvody pro radiální a vertikální stabilizaci. Obvod BV vytváří vertikální pole, které stabilizuje radiální složku plazmatu, obvod BR vytváří radiální pole, které stabilizuje vertikální složku plazmatu.

Polohu a účel všech poloidálních cívek můžeme vidět na obr. 3.1. Na obr. 3.2 je pak vidět zapojení cívek používané při provozu tokamaku UKAEA v Culhamu<sup>2</sup>. Tomuto zapojení pak odpovídá tab. 3.2 vlastních a vzájemných indukčností jednotlivých okruhů. Na obr. 3.1 chybí zapojení rychlých cívek pro vertikální a radiální stabilizaci. Mým úkolem bylo ověřit platnost této tabulky a vypočítat vlastní a vzájemné indukčnosti i pro připravované změny v jednotlivých obvodech.

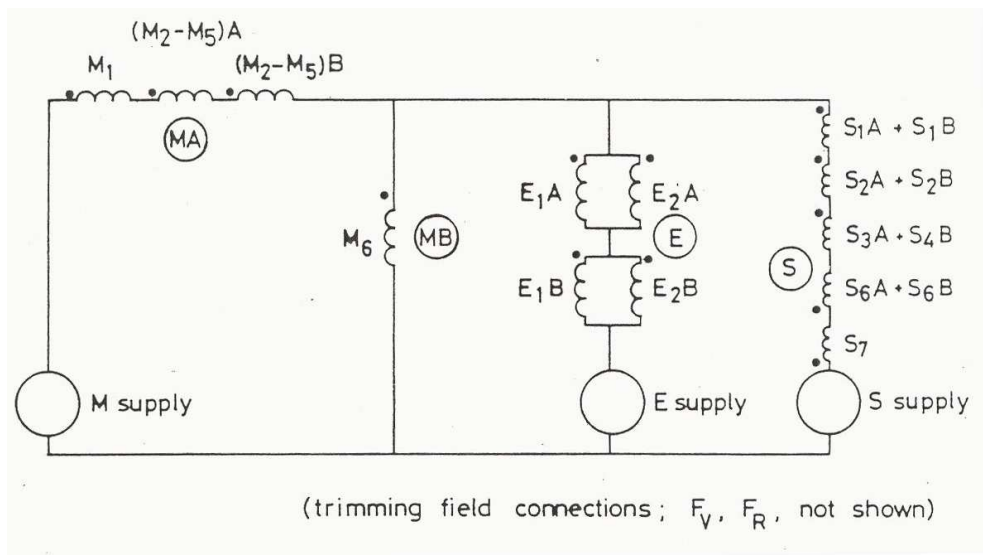
---

<sup>1</sup>L-mód je standardní režim tokamaku, H-mód je režim s 2x větším udržením, který se vyskytuje v plazmatu s x-pointem. H-mód je nezbytný mód pro budoucí energetické využití fúze.

<sup>2</sup>UKAEA - The United Kingdom Atomic Energy Authority s pracovištěm v Culhamu - více na [http://www.ukaea.org.uk/sites/culham\\_site.htm](http://www.ukaea.org.uk/sites/culham_site.htm)



Obrázek 3.1: Pozice a popis poloidálních cívek na tokamaku COMPASS



Obrázek 3.2: Zapojení poloidálních cívek používané v Culhamu. M supply = MFPS ; E supply = EFPS ; S supply = SFPS

Tabulka 3.1: Vlastní a vzájemné indukčnosti poloidálních cívek - zapojení v Culhamu. [ $\mu\text{H}$ ]

x	MA	MB	E	S	FV	FR	Plasma
MA	1270	590	317	54.8	-17.2	-	14.7
MB	-	415	70.1	-41	8.3	-	7.3
E	-	-	631	-177	-130.4	-	8.2
S	-	-	-	817	72.4	-	-5.7
FV	-	-	-	-	57.3	-	-
FS	-	-	-	-	-	60	-
Plasma	-	-	-	-	-	-	0.78

## 3.1 Indukčnost

Indukčnost cívky lze ovlivnit počtem závitů, rozměry, tvarem cívky a prostředím kolem cívky. Indukčnost lze také ovlivnit dodáním jádra do cívky. Tuto skutečnost ale nebudeme dále rozvádět, jelikož se v našem případě cívky s jádrem nevyskytují.

Celkový výpočet všech vlastních a vzájemných indukčností probíhal v prostředí MATLAB<sup>®</sup>, program (m-file) `inductance.m` je možné najít na příloženém CD. Schématické znázornění výpočtu je na obr. 3.3 .

### 3.1.1 Vlastní indukčnost

Pro vodivou smyčku, jíž protéká elektrický proud  $I(t)$  a která ohraničuje plochu  $S$ , bude podle Biot-Savartova zákona vztah mezi elektrickým proudem a magnetickou indukcí lineární. Magnetický tok  $\phi$  je tedy také lineárně závislý na proudu (3.1).

$$\phi = L \cdot I \quad (3.1)$$

$L$  zde označuje vlastní indukčnost smyčky a  $\phi$  představuje celkový magnetický tok smyčkou. Hodnota vlastní indukčnosti závisí na tvaru proudové smyčky a také na permeabilitě prostředí.

Linearita uvedeného vztahu je zachována pouze pro prostředí, jejichž permeabilita není závislá na magnetickém poli. Daný vztah lze tedy považovat za platný ve vakuu, pro paramagnetické i diamagnetické látky, ale nikoliv pro látky feromagnetické, kde je vztah mezi magnetickým tokem a proudem v obecném případě nelineární. Komora tokamaku

COMPASS je tvořena 3 mm tlustou nemagnetickou ocelí Inconel 625 ( $\mu_r = 1$ ) a tudíž lze vztah považovat za lineární.

V technické praxi se při výpočtech vlastní indukčnosti cívky často setkáváme se vztahem (3.2). Tento vztah je ale možné použít pouze pro takovou cívku, která má zanedbatelný průřez drátu a jejíž výška  $z$  je mnohem větší než poloměr. Náš případ je ale velmi odlišný. Poloměr cívky (pohybuje se od 0.2 do 1 metru) je o řád větší, než je výška cívky. Jsme tedy nuceni počítat vlastní indukčnost přímo z definice.

$$L = \mu \cdot N^2 \cdot \frac{S}{l} \quad [\text{H}] \quad (3.2)$$

Pomocí vztahu (3.3) jsme schopni vypočítat vlastní indukčnost jednoho závitů cívky, jejíž poloměr  $r$  je libovolný (platí pouze fyzikální omezení  $r \geq a$ ) vzhledem k délce cívky při zanedbatelném poloměru  $a$  vodiče [10]. Jelikož mají všechny cívky stejný průřez vodičů, byla tato plocha přepočítána na kruh poloměrem  $a = 0.0065 \text{ m}$ . Ve vztahu se dále vyskytuje konstanta  $Y$ , která se dodatečně do vztahu dodává a vystihuje zde působení skin-efektů v cívce. Pro dokonalý skin-efekt se  $Y = 0$ , pro homogenní tok proudu v cívce (a tedy nulové působení skin-efektů) je  $Y = \frac{1}{4}$ . Jednoduchými úpravami dostáváme konečný vztah (3.4), který byl použit pro výpočet vlastní indukčnosti jednotlivých závitů cívek s poloměrem  $r$ .

$$L = \mu_0 \cdot r \cdot \left( \ln \left( \frac{8 \cdot r}{a} \right) - 2 + Y \right) \quad (3.3)$$

$$L_i = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot r_i \cdot \left( \ln \left( \frac{8 \cdot r_i}{0.0065} \right) - 1.75 \right) \quad [\text{H}] \quad (3.4)$$

### 3.1.2 Vzájemná indukčnost

Vzájemná indukčnost je zobecnění vlastní indukčnosti pro více proudových smyček v prostoru. Předpokládejme tedy, že máme 2 proudové smyčky A a B. Celkový magnetický tok  $\phi_A$  protékající smyčkou A bude v takovém případě záviset na elektrických proudech protékajících v obou smyčkách a jeho hodnotu lze určit jako součet příspěvků obou smyček (3.5).

$$\phi_A = \phi_{AA} + \phi_{BA} \quad (3.5)$$

Tuto situaci lze zobecnit pro  $n$  proudových smyček (3.6).

$$\phi_i = \sum_{k=1}^n \phi_{ik} \quad (3.6)$$

Příspěvek  $k$ -té smyčky k celkovému magnetickému toku  $i$ -tou smyčkou lze podobně jako v případě vlastní indukce vyjádřit v lineárním tvaru (3.7), kde  $I_k$  je elektrický proud  $k$ -tou smyčkou a  $L_{ik}$  označuje vzájemnou indukčnost.

$$\phi_{ik} = L_{ik} \cdot I_k \quad (3.7)$$

Dosazením vztahu (3.7) do vztahu (3.6) pak dostáváme vztah pro celkový magnetický tok  $i$ -tou smyčkou (3.8).

$$\phi_i = \sum_{k=1}^n L_{ik} \cdot I_k \quad (3.8)$$

Koeficienty  $L_{kk}$  pro  $k = 1, \dots, n$  jsou koeficienty vlastních indukčností jednotlivých smyček. Příspěvek proudu  $k$ -tou smyčkou k magnetickému toku  $i$ -tou smyčkou je určen koeficienty  $L_{ik}$  pro  $i \neq k$ , které představují vzájemné indukčnosti daných smyček.

Vzájemnou indukčnost dvou cívek budeme počítat pomocí námi odvozeného vztahu (A.6)<sup>3</sup>.

$$L_{12} = 10^{-7} \cdot \frac{2\pi r_1}{n_1} \frac{2\pi r_2}{n_2} n_2 \sum_{\varphi_1=0}^{\varphi_1=2\pi} \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{(r_2 - r_1 \cdot \cos \varphi_1)^2 + (r_1 \cdot \sin \varphi_1)^2 + (d_2 - d_1)^2}} \quad (3.9)$$

## 3.2 Výpočet vlastní a vzájemné indukčnosti

Při výpočtu vlastní indukčnosti cívky X o  $n$  závitů si pro jeden závit vypočítáme vlastní indukčnost (podle vztahu (3.4)) a  $n - 1$  dalších vzájemných indukčností - našeho závitu na ostatní (podle vztahu (A.6)). Tento postup pak ještě  $n - 1$  krát opakujeme, abychom tak dostali všechny vlastní a vzájemné indukčnosti závitů. Celková suma našich výpočtů pak dá vlastní indukčnost cívky. Schématicky je tento výpočet znázorněn na obr. 3.3 vlevo.

Vzájemnou indukčnost cívek X a Y budeme počítat obdobně. Pro každý závit spočítáme

---

<sup>3</sup>Vzájemná indukčnost bude kladná nebo záporná v závislosti na směrech proudů, které protékají smyčkami.

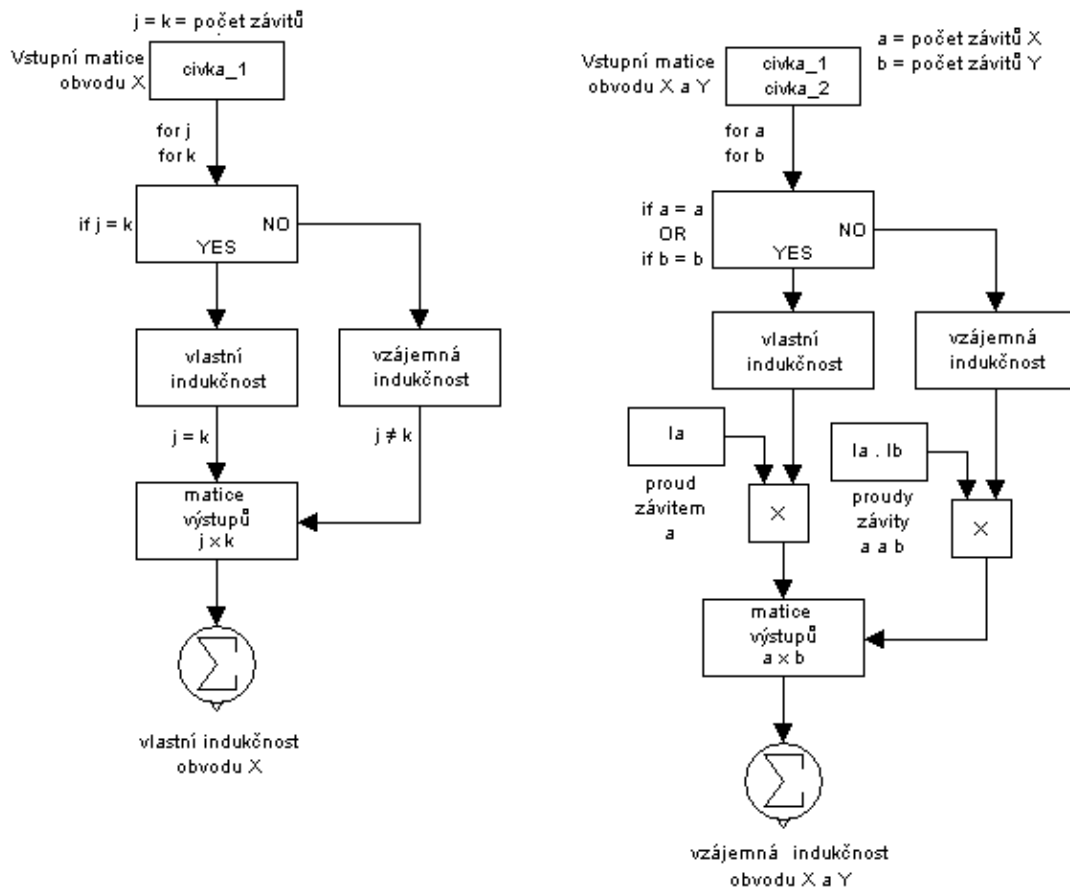
vlastní indukčnost a vynásobíme ji proudem, který tímto závitem teče (jedná se o jednotkový proud  $\pm 1$ ). Dále pro tento závit spočítáme vzájemné indukčnosti k ostatním závitům (k závitům cívky X a cívky Y) a vynásobíme ji součinem proudů v obou závitěch. Tento postup pak opakujeme pro všechny závity obou cívek. Celková suma všech vypočítaných hodnot nám dá vzájemnou indukčnost cívky X k cívce Y. Schématicky je tento výpočet znázorněn na obr. 3.3 vpravo.

Výsledky všech indukčností poloidání cívek tokamaku COMPASS, které jsem takto vypočítal můžeme najít v tab. 3.2. Výsledky kolegy Mgr. Josefa Havlíčka pak lze vidět v tab. 3.3. Další obrazové materiály ke konfiguraci a mechanickému provedení cívek na tokamaku lze najít na přiloženém CD. Je třeba poznamenat, že jednotlivá zapojení obvodů byla poněkud pozměněna oproti zapojení těchto obvodů tokamaku v Culhamu. Jednotlivé obvody pak lze chápat takto:

- obvody MA a MB - Cívky vytvářející pole pro magnetické udržení. Společně řízeny pomocí Magnetising Field Power Supply (MFPS). Proud od zdroje MFPS se s časem mění od 15 kA do -5 kA. Časová derivace tohoto proudu generuje a zahřívá plazma.
- E - cívky pro dosažení rovnovážné polohy a základního tvaru plazmatu. Tento obvod je tvořen párovými cívkami E1 a E2 a obvodem MB. Zdroj EFPS dodává do vinutí E průměrně 10 kA.
- Obvody SFPS-SND a SFPS-SNT - Shaping Field Power Supply - cívky na tvarování plazmatu poskytující různé tvary plazmatu. Mezi nejčastější konfigurace obvodů pro shaping patří SND - Single Null Divertor a SNT - Single Null divertor with a higher Triangularity. Typická hodnota proudu od SFPS je 5 kA.
- Obvody BR<sub>C</sub> a BV<sub>C</sub> - Cívky pro zpětnovazební řízení polohy plazmatu v konfiguraci, která se používala k řízení v Culhamu.
- Obvody BR<sub>P</sub> a BV<sub>P</sub> - Cívky pro zpětnovazební řízení polohy plazmatu v konfiguraci, která je navrhována k řízení na ÚFP AV ČR [7]. Obvody jsou společně řízeny pomocí Feedback Field Power Supply (FFPS), který dodává do obvodu proměnný proud  $\pm 2$  kA.
- Plasma - Vzájemné indukčnosti všech zmíněných obvodů vůči plazmatu. Vlastní indukčnost plazmatu byla počítána jako jeden závit s poloměrem  $r=0.56$  m, umístěný



na horizontální ose tokamaku, při vnitřním poloměru  $a=0.2$  m. Proud plazmatem je 180 kA.



Obrázek 3.3: Schématické znázornění výpočtu indukčností cívek

Tabulka 3.2: Vlastní a vzájemné indukčnosti - moje výsledky. Symbol \* označuje hodnoty, které nemá smysl počítat, jelikož se jedná o alternativní zapojení. [ $\mu\text{H}$ ]

x	MA	MB	MFPS	EFPS	SFPS – SND	SFPS – SNT	BR <sub>C</sub>	BV <sub>C</sub>	BR <sub>P</sub>	BV <sub>P</sub>	Plasma
MA	1308.3	609.9	*	290.9	-372.1	-457.8	0.0	14.7	0.0	84.0	14.6
MB	-	430.4	*	360.0	-310.2	-438.6	0.0	-8.0	0.0	17.6	7.5
MFPS	-	-	2958.4	651.0	-682.4	-896.4	0.0	6.7	0.0	101.6	22.1
EFPS	-	-	-	948.8	-171.9	-324.4	0.0	-137.7	0.0	-120.1	-0.8
SFPS – SND	-	-	-	-	645.9	*	-4.5	-36.6	0.6	-38.8	-7.9
SFPS – SNT	-	-	-	-	-	1104.9	12.6	-31.2	10.8	-33.4	-10.3
BR <sub>C</sub>	-	-	-	-	-	-	93.4	0.0	*	*	0.0
BV <sub>C</sub>	-	-	-	-	-	-	-	62.4	*	*	1.6
BR <sub>P</sub>	-	-	-	-	-	-	-	-	41.4	0.0	0.0
BV <sub>P</sub>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	56.4	2.1
Plasma	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.96

Tabulka 3.3: Vlastní a vzájemné indukčnosti - výsledky Mgr. Josefa Havlíčka. Symbol x znamená, že dotyčný hodnoty nepočítal.  
[ $\mu\text{H}$ ]

x	MFPS	EFPS	SFPS – SND	SFPS – SNT	BR <sub>C</sub>	BV <sub>C</sub>	BR <sub>P</sub>	BV <sub>P</sub>	Plasma
MFPS	2934	643	-676	x	-0.013	9.4	-0.03	101.8	22
EFPS	-	924	-169	x	x	-137	x	-119	-0.79
SFPS – SND	-	-	649	*	-5.4	-37	0.2	x	-7.84
SFPS – SNT	-	-	-	1109	12.2	-31	10.6	x	-10.25
BR <sub>C</sub>	-	-	-	-	92	x	*	*	0.0
BV <sub>C</sub>	-	-	-	-	-	61	*	*	1.628
BR <sub>P</sub>	-	-	-	-	-	-	40.68	x	0.0
BV <sub>P</sub>	-	-	-	-	-	-	-	55.53	2.139
Plasma	-	-	-	-	-	-	-	-	0.956

# Kapitola 4

## Závěr

V kapitole 2 byl vytvořen model soustavy řízení vertikální nestability plazmatu. Základem tohoto modelu je rovnováha toků vytvářených řídicí cívkou. Dále model zahrnuje výkonový zesilovač, který vytváří potřebný proud cívkou. Tento model je jeden z nejjednodušších náhledů na tuto rozsáhlou problematiku, díky modelu však můžeme chápat systém řízení vertikální polohy plazmatu a navrhovat tak jednoduché regulátory.

Důležitou částí modelu je úprava proudového zesilovače pomocí zpětné vazby s PD regulátorem, čímž bylo dosaženo výrazně lepších dynamických vlastností regulátoru - tok vytvářený cívkou dosahoval požadované hodnoty až 4x rychleji, než pomocí obyčejné zpětné vazby, díky regulátoru byly o polovinu sníženy zákmity proudu zesilovače. Dále byla navržena metodika pro seřizování tohoto regulátoru pro tento výkonový zesilovač.

Model regulované soustavy je ze své podstaty nestabilní a jeho výstupní veličina narůstá exponenciálně v čase. Nejlepším regulátorem soustavy se jeví agresivnější PD regulátor. Bylo vyzkoušeno vícero druhů návrhu regulátoru, nejlépe však soustavu dokázal řídit PD regulátor navržený pomocí metody geometrického místa kořenů.

Jelikož je tokamak COMPASS v současné době teprve uváděn do provozu, nebylo možné odzkoušet takto navržené regulátory na reálné soustavě.

Je třeba poznamenat, že navržené regulátory jsou pouze přibližné. Po zprovoznění tokamaku bude velmi důležité sladit model s reálnou soustavou - identifikovat přesněji konstanty modelu.

V kapitole 3 byly spočítány vlastní a vzájemné indukčnosti všech 37 poloidálních cívek tokamaku COMPASS v jednotlivých zapojeních. Výsledné hodnoty byly ověřeny podle simulací - integrací referenčního toku od cívky dostáváme vlastní indukčnost. Podobnou úvahou byly ověřeny též vzájemné indukčnosti. Protože tyto výpočty jsou velmi důležité

pro správný chod tokamaku, pracoval jsem na problému současně s kolegou. Porovnáním těchto hodnot zjistíme, že se liší o méně než 10%.

# Literatura

- [1] M. Řípa, V. Weinzettl, J. Mlynář, and F. Žáček. *Řízená termojaderná syntéza pro každého*. ISBN: 80-902724-7-9. ÚFP AV ČR a ČEZ, a.s. , Praha, 2005.
- [2] J. Wesson. *Tokamaks*. ISBN: 0-19-850922-7. Clarendon Press , Oxford, 2004.
- [3] G. McCracken and P. Stott. *Fúze - energie vesmíru*. ISBN: 80-204-1453-3. Mladá fronta, a.s. , Praha, 2006.
- [4] P Vyas. *Plasma Vertical Position Control in the COMPASS-D Tokamak*. PhD thesis, University of Oxford, England, 1996.
- [5] K. Kamiya, N. Asakura, J. Boedo, and coll. Edge localized modes: recent experimental findings and related issues. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **49**:S43–S46, 2007.
- [6] P. Vyas, D. Mustafa, and A. W. Morris. Vertical position control on compass-d. *Fusion Technology*, **33**:97–105, 1998.
- [7] J. Horacek J. Havlicek. Modeling of COMPASS tokamak PF coils magnetic fields. 35th EPS Conference on Plasma Phys. Hersonissos, 9 - 13 June 2008 ECA Vol.32, P-4.080.
- [8] R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands. *Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady 2/3*. ISBN: 80-7200-420-4. Fragment , Praha, 2001.
- [9] Culham Laboratory. *The COMPASS Project*. UKAEA , GB, 1993.
- [10] Štoll I. Sedlák, B. *Elektrina a magnetismus*. ISBN: 80-200-0172-7. Academia , Praha, 1993. 258-266 pp.

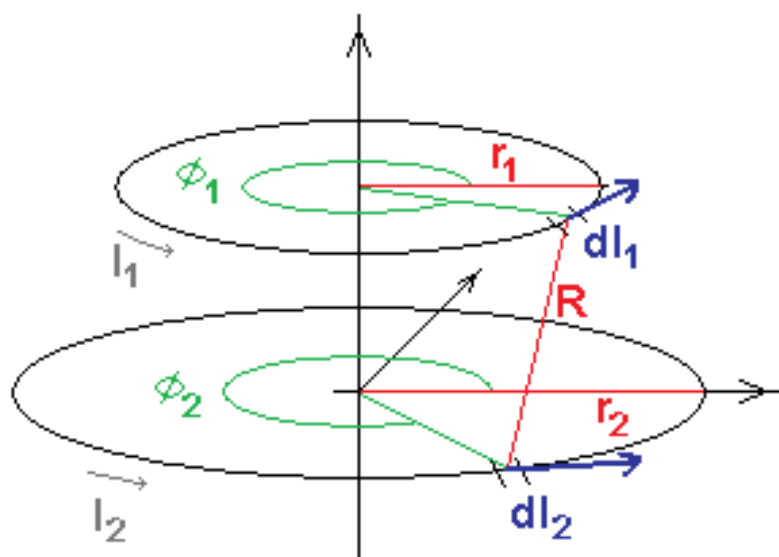
# Příloha A

## Příloha A - Vzájemná indukčnost - odvození

Při odvozování vycházíme ze základního vztahu pro vzájemnou indukčnost dvou vodivých smyček, kterými prochází jednotkový proud (A.1) [10].

$$L_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{l_1 l_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{R} \quad (\text{A.1})$$

Nyní si tyto smyčky vyjádříme v naší geometrii - obr. A.1.



Obrázek A.1: K odvození vzájemných indukčností dvou smyček

Nyní si vyjádříme složky jednotlivých vektorů. Jelikož se jedná o symetrický problém dvou smyček tvaru kružnic, můžeme předpokládat, že indukčnost smyčky 1 vůči diferenciálu  $dl_2$  bude stejná pro všechny  $dl_2$ . Diferenciál  $dl_2$  tedy zafixujeme. Jednotlivé smyčky můžeme rozdělit na  $n_1$  a  $n_2$  částí.

$$\begin{aligned} d\vec{l}_1 &= \frac{2\pi r_1}{n_1} (-\sin \phi_1, \cos \phi_1, 0) \\ d\vec{l}_2 &= \frac{2\pi r_2}{n_2} (0, 1, 0) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= (r_1 \cos \phi_1, r_2 \sin \phi_1, d_1) \\ \vec{r}_2 &= (r_2, 0, d_2) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Z rozdílu vektorů  $\vec{r}_1$  a  $\vec{r}_2$  (A.3) vyjádříme vzdálenost  $R$  (A.4).

$$R = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = |(r_2 - r_1 \cos \phi_1, -r_1 \sin \phi_1, d_2 - d_1)| \quad (\text{A.4})$$

S využitím symetrie a vyjádření (A.2) můžeme přepsat vztah (A.1) na (A.5).

$$L_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_1} \oint_{l_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{R} = \frac{\mu_0}{4\pi} n_2 \frac{2\pi r_2}{n_2} \oint_{l_1} \frac{d\vec{l}_1 \cdot (0, 1, 0)}{R} \quad (\text{A.5})$$

Nyní už jen formálně přepíšeme integrál na sumu a dosazením (A.2) a (A.4) dostáváme po úpravě konečný vztah (A.6).<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} L_{12} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi r_1}{n_1} \frac{2\pi r_2}{n_2} n_2 \sum_{\varphi_1=0}^{\varphi_1=2\pi} \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{(r_2 - r_1 \cdot \cos \varphi_1)^2 + (r_1 \cdot \sin \varphi_1)^2 + (d_2 - d_1)^2}} \\ L_{12} &= 10^{-7} \cdot \frac{4\pi^2 r_1 r_2}{n_1} \sum_{\varphi_1=0}^{\varphi_1=2\pi} \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{(r_2 - r_1 \cdot \cos \varphi_1)^2 + (r_1 \cdot \sin \varphi_1)^2 + (d_2 - d_1)^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

---

<sup>1</sup>Integrál sice lze vyřešit analyticky, ale tím se situace pouze zbytečně komplikuje.

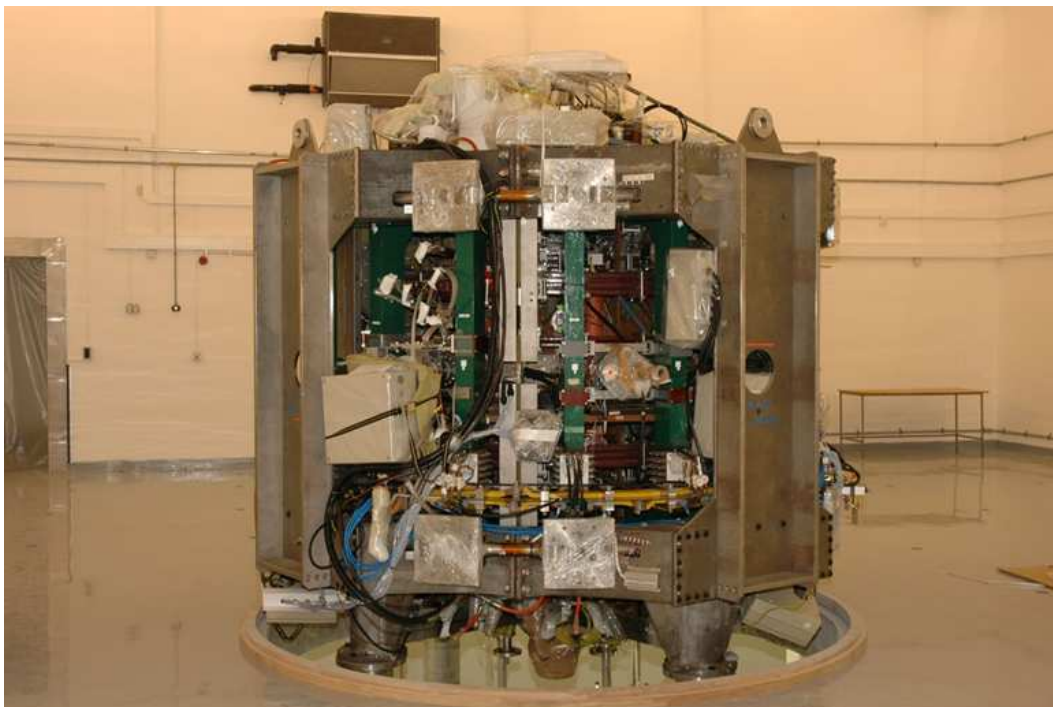


# Příloha B

## Příloha B - Obrázky a fotografie

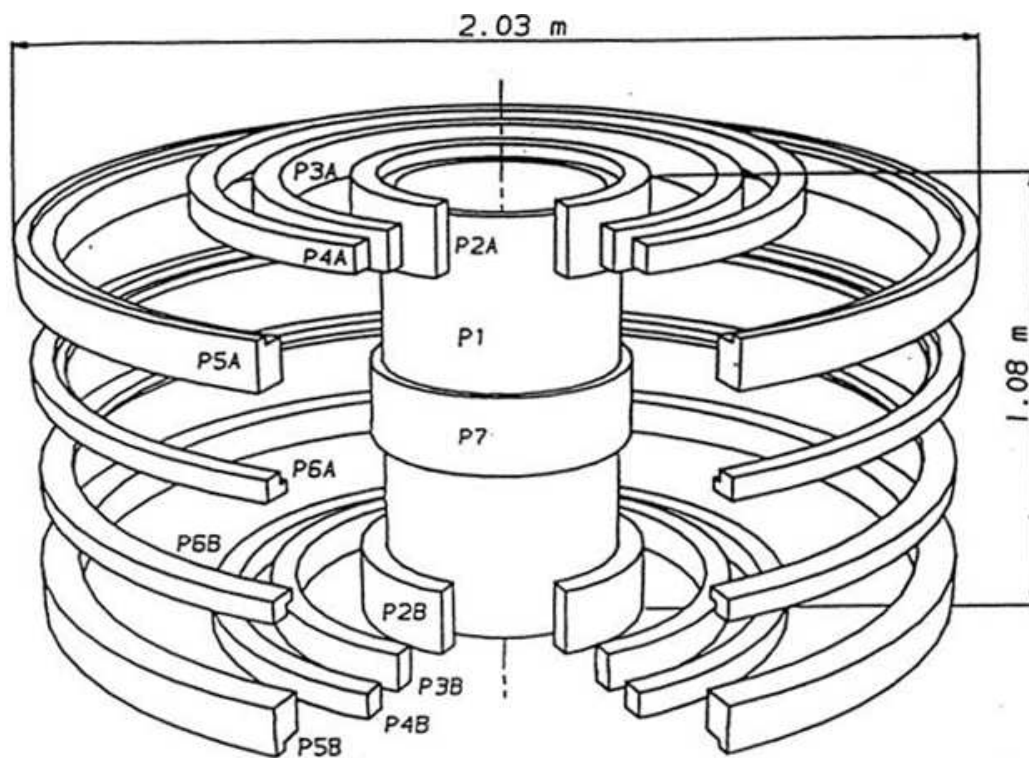
V této příloze lze najít fotografie a obrázky, které se do textu nevešly. Vše je setříděno podle kapitol, ke kterým patří.

### B.0.1 Kapitola 1



Obrázek B.1: Tokamak COMPASS na ÚFP AV ČR v Praze

## B.0.2 Kapitola 3



Obrázek B.2: Trojrozměrné vyobrazení poloidálních cívek tokamaku COMPASS

Pozice a označení cívek na obr. B.2 odpovídá obr. 3.1.

# Příloha C

## Obsah přiloženého CD

Na CD se nachází čestné prohlášení, zadání bakalářské práce a pdf soubor s prací. Dále v jednotlivých adresářích najdeme:

- CD - Kapitola 2: Zpráva Ing. Jiřího Vlčka o konstrukci rychlého zesilovače.
- CD - Kapitola 3: Doprovodné obrázky k poloidálním cívkám, v adresáři `matlab files` programy použité při výpočtech vlastních a vzájemných indukčností všech poloidálních cívek a v adresáři `vysledky` obě tabulky výsledných indukčností (mé a kolegovy výsledky).
- Model: M-file `Beno.m` s návrhem jednotlivých regulátorů a simulinkový model vertikální stabilizace plazmatu.