

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Katedra fyziky
Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze



Implementace tomografické inverze na tokamak GOLEM

Implementation of tomographic inversion on the GOLEM tokamak

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Jakub Chlum
Vedoucí práce: Ing. Jakub Svoboda
Rok: 2022



Katedra: fyziky

Akademický rok: 2021/2022

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: Jakub Chlum

Studijní program: Aplikace přírodních věd

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze

Název práce: Implementace tomografické inverze na tokamaku GOLEM
(česky)

Název práce: Implementation of tomographic inversion on the GOLEM tokamak
(anglicky)

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznámení s vyzářováním tokamakového plazmatu ve viditelné oblasti
- 2) Seznámení s tomografickým algoritmem MFR
- 3) Otestování rychlých kamer v PlasmaLab
- 4) Implementace algoritmu na prostředí tokamaku GOLEM a testování na experimentálních datech

Doporučená literatura:

- [1] M. Anton, et al.: X-ray tomography on the TCV tokamak. Plasma Phys. Control. Fusion 38, 1849 (1996)
- [2] J. Mlynář, et al.: Current research into applications of tomography for fusion diagnostics. J. Fusion Energy 38, 458 (2019)
- [3] T. Odstrčil, et al.: Low cost alternative of high speed visible light camera for tokamak experiments. Rev. Sci. Instrum. 83, 10E505 (2012)
- [4] I.C. Ingesson: The mathematics of some tomography algorithms used at JET. JET Joint Undertaking. (2000)

Jméno a pracoviště vedoucího bakalářské práce:

Ing. Jakub Svoboda
Ústav fyziky plazmatu AV ČR, v.v.i.

Datum zadání bakalářské práce: 20.10.2021

Termín odevzdání bakalářské práce: 07.07.2022

Doba platnosti zadání je dva roky od data zadání.

.....
garant oboru

.....
vedoucí katedry



.....
děkan

V Praze dne 20.10.2021

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti použití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

.....

Jakub Chlum

Poděkování

Děkuji Ing. Jakubu Svobodovi za vedení této práce, za podporu a rady v její tvorbě. Dále děkuji Ing. Vojtěchu Svobodovi, CSc. za podporu v seznámení s tokamakem GOLEM a kamerami. Také děkuji RNDr. Janě Brotánkové, Ph.D. za pomoc při měření v PlasmaLab.

Jakub Chlum

Název práce:

Implementace tomografické inverze na tokamak GOLEM

Autor: Jakub Chlum

Studijní program: Aplikace přírodních věd

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Ing. Jakub Svoboda

Ústav fyziky plazmatu AV ČR, v.v.i.

Konzultant:

–

–

Abstrakt: Tato bakalářská práce se zabývá tomografií viditelného záření tokamakového plazmatu a její implementací na tokamak GOLEM. Součástí práce je teoretický souhrn ohledně vyzařování plazmatu v tokamacích ve viditelné oblasti spektra. Dále práce shrnuje podstatu tomografické úlohy a jejího řešení s důrazem na zde použitý algoritmus Tichonovy regularizace s minimalizací Fisherovy informace. V praktické části došlo ke kalibraci rychlých kamer pro použití na tokamaku i mimo něj. Výsledná kalibrace a tomografie byly otestovány na známém profilu emisivity. Na závěr byla tomografie otestována na experimentálních datech z tokamaku GOLEM. Byla diskutována její omezení a chyby a byl navržen další postup pro zlepšení výsledků.

Klíčová slova: Tomografie, tokamak GOLEM, rychlé kamery

Title:

Implementation of tomographic inversion on the GOLEM tokamak

Author: Jakub Chlum

Abstract: The topic of this bachelor's thesis is visible light tomography of tokamak plasma and its implementation on the GOLEM tokamak. The thesis includes a theoretical summary of radiation processes in tokamak plasmas in the visible spectrum. The thesis then summarises the principles of the tomography inversion task and its solution with emphasis on the minimum Fisher Tikhonov regularization algorithm used here. The practical part of the thesis includes the calibration of two fast cameras for their use both on the tokamak and separately. The calibration was tested by the tomographic inversion of a known emissivity profile. Finally, the tomography was tested on experimental data from the GOLEM tokamak. Its limitations and errors were discussed and options for further development were suggested.

Key words: Tomography, GOLEM tokamak, fast cameras

Obsah

Úvod	11
1 Vyzařování tokamakového plazmatu ve viditelné oblasti	15
1.1 Elektronové cyklotronové a synchrotronové záření	16
1.2 Brzdné a rekombinační záření	16
1.3 Charakteristické záření	17
2 Tomografie	21
2.1 Formulace a řešení tomografické úlohy	21
2.2 Tichonova regularizace	22
3 Kalibrace kamer	25
3.1 Model kamery a zkreslení obrazu	25
3.1.1 Kalibrace čočky a geometrická kalibrace	26
3.2 Použité kamery	26
3.3 Postup kalibrace kamer	27
4 Testování tomografie v PlasmaLab	29
4.1 Postup měření	29
4.2 Zpracování dat	29
4.3 Výsledky	31
4.4 Diskuze	33
5 Implementace a testování tomografie na tokamaku GOLEM	35
5.1 Tokamak GOLEM	35
5.2 Postup měření	35
5.3 Zpracování dat	36
5.4 Výsledky	37
5.5 Diskuze	42
Závěr	45
Literatura	47

Úvod

Historie a rozvoj lidské civilizace se zdají být úzce spojeny s množstvím energie, které je schopna využít. V minulosti poskytly vynálezy spojené s využitím fosilních paliv státům západní Evropy takový náskok ve využitelné energii, že se tyto státy na následující staletí vynesly do role celosvětových hegemonů. V současnosti je geopolitická situace stále z velké části určována těžbou a transportem energetických surovin hnanými neustále rostoucí spotřebou energie. Při pohledu do budoucnosti je zase populární spekulativní myšlenka Kardašovy škály, měřící úroveň rozvoje civilizace pomocí množství využívané energie vztaženého k energii dostupné z různých astronomických objektů.

Většinu primárních zdrojů energie tvoří fosilní paliva - ropa, uhlí, zemní plyn. Podstatou získávání užitečné energie z těchto zdrojů je jejich spalování - chemická reakce, při níž dochází k přeměně těchto uhlíkatých sloučenin na odpadní látky, jako je oxid uhličitý, za uvolnění energie chemických vazeb jako energie tepelné. Byť tyto zdroje byly zásadní v budování stávající ekonomické úrovně světa, jejich užívání s sebou nese problémy vyžadující vyvažování oproti krátkodobým ekonomickým přínosům. Z jejich podstaty je využíváním těchto zdrojů uvolňován do atmosféry skleníkový plyn oxid uhličitý přispívající ke globálnímu oteplování. Dalším problémem fosilních paliv je jejich velmi omezené množství. Při stávající spotřebě vystačí dosud prokázaná ložiska uhlí na přibližně 150 let a prokázaná ložiska ropy a zemního plynu pouze na přibližně 50 let. Z těchto důvodů je nejen v krátkodobém měřítku důležité, ale i v dlouhodobém měřítku přímo nezbytné najít k fosilním palivům alternativy.

Jeden z alternativních zdrojů energie začal být odhalován koncem 19. století s objevy zakládajícími obor jaderné fyziky. Podobně jako se chemie zasloužila o popis vnitřního složení molekul z vázaných atomů, začala fyzika nahlížet do vnitřních struktur atomů. Začátkem byl objev a výzkum radioaktivity Henri Becquerem a manžely Curieovými. Krátce nato následoval objev elektronu J. J. Thomsonem. Samotné jádro atomu bylo objeveno roku 1911 Ernestem Rutherfordem v jeho proslulém experimentu se zlatou fólií. Rutherfordovi se také jako prvnímu podařilo cíleně přeměnit jeden prvek na druhý, když sloučením jader dusíku a helia vytvořil jádra kyslíku a vodíku, proton. Tato jaderná reakce tak nejen potvrdila existenci protonu, ale také otevřela dveře pro rozsáhlou vědeckou a technickou snahu o provedení, popsání a v nejdůležitějších snech i spoutání dalších reakcí jí podobných.

Obdobně jako některé chemické reakce probíhají za uvolnění energie chemických vazeb, některé jaderné reakce se také ukázaly jako schopné uvolnění energie z jaderných vazeb. Objev štěpných reakcí, při kterých je těžké jádro (například uranu) rozbito

jinou částicí (například neutronem) na lehčí jádra za uvolnění energie, vedl k sestavení nejprve štěpných reaktorů a krátce nato i štěpných jaderných zbraní. Tím si štěpení jader zajistilo nepopiratelný strategický význam pro mír i pro válku, pro elektrárny i bomby. Dnes tak jaderné elektrárny, využívající těchto reakcí, produkují celosvětově přibližně desetinu elektrické energie.

I jiné jaderné reakce však mohou uvolňovat energii. Objevy v astrofyzice ukázaly na fúzní reakce jader vodíku a dalších lehkých jader jako na pravý zdroj energie Slunce (a hvězd obecně), což vedlo k myšlence jejich obdobného využití, jako tomu bylo s reakcemi štěpnými. Narozdíl od těch však fúzní reakce k uskutečnění vyžadují extrémní podmínky potřebné pro překonání odpuzivých elektrických sil mezi jádry atomů. Tyto podmínky se podařilo na Zemi splnit alespoň krátkodobě v tzv. vodíkové bombě, a to pouze spolu s odpálením pomocné štěpné jaderné bomby. Byť tento postup silně přispěl k destruktivním kapacitám lidstva, bohužel byl ze zřejmých důvodů neslučitelný s bezpečným elektrárenským využitím fúze.

Jiné potenciální způsoby udržení fúzní reakce byly navrženy, dosud však žádný z nich nedosáhl bodu, kdy by fúzi bylo uvolňováno více energie, než bylo využito pro dosažení a udržení podmínek vhodných pro její průběh. Zatím nejslibnějším kandidátem se jeví tzv. magnetické udržení, konkrétně zařízení typu tokamak. Tokamak je zařízení sestávající z toroidní vakuové komory a systému elektromagnetických cívek. Konkrétně je v tokamacích dosahováno tzv. termojaderné fúze, při které jsou odpuzivé síly mezi jádry lehkých atomů překonávány díky extrémně vysokým teplotám.

Požadované teploty v řádech jednotek až stovek milionů stupňů Celsia žádný známý pevný materiál není schopen vydržet. Tokamak tedy musí zamezovat kontaktu fúzního paliva o těchto teplotách se stěnami komory. To je umožněno tím, že palivo se za těchto teplot vyskytuje ve formě plazmatu, směsi záporně nabitých elektronů a kladně nabitých jader, jehož vodivé vlastnosti ho umožňují zahřívat a zároveň stlačovat a tvarovat elektromagnetickým polem cívek tokamaku. Takto jsou tedy tokamaky principiálně schopny udržovat fúzní reakci, byť zatím stále v experimentální fázi, kterou od inženýrského energetického vyrovnání a potenciálního komerčního využití dělí řada technických výzev.

Dosavadní experimentální podstata tokamaků dává velký význam diagnostickým metodám umožňujícím pozorování potřebná pro výzkum do stávajících problémů magneticky udržené termojaderné fúze i do příbuzných vědeckých disciplín. Jednou z těchto diagnostických metod je i tomografie, sloužící k rekonstrukci profilu emisivity záření plazmatu ze záření zachyceného pouze z několika pohledů. Výsledný průřez emisivity pak najde široké využití, pro viditelné záření např. v pozorování chování plazmatu v čase, v určování hustoty nečistot a ve studiu jevů na okraji plazmatu.

Cílem této práce je implementace tomografie ve viditelném spektru na tokamaku GOLEM. Tento tokamak, jménem odkazující na alchymistickou a kabalistickou historii pražské židovské čtvrti Josefov, se kterou sousedí jeho nynější umístění v Břehové ulici, je nejmenším a nejstarším fungujícím tokamakem na světě. Tomograficky na něm mají být zpracována data z dvou rychlých kamer snímajících jednu poloidální rovinu ze vzájemně kolmých směrů za použití algoritmu Tichonovy regularizace

s minimalizací Fisherovy informace (MFR). V rámci této práce tak budou představeny procesy vyzařování viditelného záření plazmatem v tokamacích, bude přiblížena problematika tomografie a tomografický algoritmus MFR. Kamery určené ke snímání dat pro tomografii budou zkalibrovány a otestovány v laboratoři Plasma-Lab. Nakonec bude tomografický algoritmus MFR otestován na experimentálních datech z tokamaku GOLEM.

Kapitola 1

Vyzařování tokamakového plazmatu ve viditelné oblasti

Plazma, jakožto kvazineutrální ionizovaný plyn vykazující kolektivní chování, bylo prvně identifikováno kvůli svým charakteristickým vyzařovacím vlastnostem. Také nejznámější příklady tohoto skupenství, jako jsou blesky, elektrické oblouky, polární záře nebo také hvězdy, jsou zajímavé a zčásti i využíváné pro své záření.

Plazma v tokamacích pak představuje prostředí specifické svým složením, hustotou, teplotou a interakcemi s elektromagnetickým polem, přičemž všechny z těchto vlastností ovlivňují zastoupení jednotlivých zářivých procesů, a tedy i spektrum jeho záření. Tokamakové plazma obecně sestává převážně z izotopů vodíku, pro fúzi ideálně z rovnovážné směsi deuteria a tritia. Zároveň ale plazma obsahuje nečistoty jako např. helium jakožto produkt fúzních reakcí nebo také další těžší prvky pocházející ze stěn komory nebo zbytkové atmosféry. Centrální teploty v jednotlivých tokamacích dosahují hodnot řádově $10^2 - 10^4$ eV v závislosti na parametrech konkrétního zařízení a výboje. Hustoty plazmatu dosahují $10^{18} - 10^{21}$ m⁻³. Pro viditelné záření je za těchto podmínek plazma často považované za prostředí transparentní.

Záření, které zasahuje do viditelné části spektra, je v plazmatu emitováno hned několika procesy, které budou blíže popsány v následujících podkapitolách. Obecně vzniká při zrychleném pohybu nabitě částice nebo při přechodech elektronů mezi energetickými hladinami v elektronovém obalu ne zcela ionizovaných atomů a může mít spojitě i čárové spektrum. Konkrétně se pak jedná o záření cyklotronové, synchrotronové a brzdě, charakteristické a rekombinační. Obvykle je takové záření emitováno nejvíce na okraji plazmatu a méně v centrálním plazmatu, kde vysoké teploty vedou ke vzniku brzděného záření v energetičtějších částech spektra a zároveň vytvářejí silněji ionizované plazma zabraňující tak vzniku charakteristického a rekombinačního záření.

1.1 Elektronové cyklotronové a synchrotronové záření

Nabitě částice pohybující se se zrychlením vyzařují elektromagnetické záření. Proto i nabitá částice v magnetickém poli v důsledku své gyrace bude vyzařovat. V případě nerelativistického pohybu této částice se pak toto záření nazývá cyklotronním zářením a v případě relativistického pohybu zářením synchrotronním. Většina částic v tokamakovém plazmatu nedosahuje relativistických rychlostí, ovšem některé jevy, např. ubíhající elektrony, již dosahují rychlostí vyžadujících popis zahrnující synchrotronní záření.

Úhlová cyklotronová frekvence částice o náboji q pohybující se v magnetickém poli s magnetickou indukcí o velikosti B je určena jako

$$\omega_c = \frac{|q|B}{m\gamma}, \quad (1.1)$$

kde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.2)$$

je Lorentzův faktor pro rychlost částice v a rychlost světla ve vakuu c , pro který v nerelativistickém přiblížení platí $\gamma \approx 1$ [2].

Tato částice pak vyzařuje cyklotronové záření o této frekvenci ω_c a dalších frekvencích k ní harmonických [1]. Pro elektrony typického tokamakového plazmatu je tedy cyklotronové záření převážně v mikrovlnné části spektra, pro ionty je ještě méně energetické. Cyklotronovým zářením částic pohybujících se termálními rychlostmi tedy vzniká viditelného záření zanedbatelně [1].

Viditelné synchrotronové záření však již může vznikat pohybem vysokoenergetických ubíhajících elektronů, kde již je ale kvůli vysokým rychlostem nutné důkladně počítat s relativistickými účinky na směr vyzařování a spektrum (které se stává spojitém), což je rozebráno např. v [2] a [3].

1.2 Brzdné a rekombinační záření

Nabitě částice v plazmatu jsou během srážek urychlovány Coulombovskou silou, a tudíž obdobně jako v případě cyklotronního pohybu emitují elektromagnetické brzdné záření. Byť brzdné záření produkují srážky jakýchkoliv nabitých částic, budou dále uvažovány pouze srážky elektronu s iontem, které jsou z hlediska emise brzdného záření nejdůležitější. Při nerelativistických srážkách dvou elektronů je emitované záření slabé, jelikož dochází k vzájemnému zeslabení polí vyzařovaných elektrony [2]. Ionty při srážkách zase podléhají menšímu zrychlení kvůli své výrazně vyšší hmotnosti, což také vede k slabší emisi brzdného záření.

Během srážky elektronu s iontem ovšem může dojít také k navázání elektronu do elektronového obalu iontu, opět za vzniku elektromagnetického brzdného záření, často však pro odlišení od předchozího případu nazývaného jako záření rekombinační.

V obou typech vyzařování vzniká spojité spektrum, jelikož elektrony mohou na ionty nalétávat s libovolnou rychlostí. Záření rekombinační je však navíc specifické hranou ve spektru odpovídající minimální energii potřebné pro rekombinaci.

Výkon brzdného a rekombinačního záření při srážce elektronu s iontem v tokamakovém plazmatu je často popisován klasicky bez uvažování relativistických účinků, pro přesnější popis je však zahrnována i kvantově mechanická korekce do tzv. Gauntova faktoru. Podrobněji je tento popis rozebrán v [2]. Výrazným poznatkem vyplývajícím z tohoto popisu je požadavek na zanedbání příspěvku rekombinačního záření pro danou frekvenci záření ν

$$h\nu \ll Z^2\chi_H, \quad (1.3)$$

kde h je Planckova konstanta, Z nábojové číslo iontů a $\chi_H \approx 13,6$ eV je Rydbergova energie; a další požadavek na zanedbání rekombinačního záření v celém spektru ve tvaru

$$k_B T_e \gg Z^2\chi_H, \quad (1.4)$$

kde k_B je Boltzmannova konstanta a T_e teplota elektronů [1]. Rekombinační záření ve viditelném spektru tak je často zanedbatelné, s výjimkou případu nižších teplot nebo přítomnosti těžších, vícekrát ionizovaných nečistot, jako tomu může být např. na okraji plazmatu.

Emisivita brzdného záření na jednotku objemu, jednotku prostorového úhlu a jednotku frekvence lze také vyjádřit jako

$$j(\nu) = 5 \cdot 10^{-54} \cdot \frac{\bar{g}_{\text{ff}} Z_{\text{eff}}^2 n_e^2}{\sqrt{(k_B T_e)}} e^{-\frac{h\nu}{k_B T_e}} \quad (\text{Wm}^{-3}\text{sr}^{-1}\text{Hz}^{-1}), \quad (1.5)$$

pro hustotu elektronů $n_e(\text{m}^{-3})$, elektronovou teplotu $T_e(\text{K})$, efektivní iontový náboj

$$Z_{\text{eff}} = \frac{\sum_i n_i Z_i^2}{\sum_i n_i Z_i}, \quad (1.6)$$

kde n_i je hustota iontu druhu i a Z_i jeho stupeň ionizace, a Gauntův faktor pro brzdné záření \bar{g}_{ff} , jehož hodnota je pro viditelné spektrum považována za konstantní [1]. V tokamakovém plazmatu je pak emisivita téměř konstantní pro všechny frekvence viditelného záření, a závisí tak pouze na elektronové hustotě, teplotě a efektivním iontovém náboji [1]. Toho lze využít k určování efektivního iontového náboje jakožto důležitého parametru čistoty plazmatu pomocí analýzy spojitých částí viditelného spektra.

1.3 Charakteristické záření

Jelikož plazma v tokamaku obsahuje i nezcela ionizované atomy, přispívá k viditelnému záření i tzv. charakteristické záření vznikající při přechodech elektronů

v obalech těchto atomů mezi energetickými hladinami. Rozdíl v energii těchto hladin pak určuje i energii vyzářeného fotonu a je charakteristický pro jednotlivé prvky a jednotlivé přechody. Vyzářování je tedy ovlivněno hustotou daných prvků v plazmatu, ale také hustotou jejich konkrétních ionizovaných stavů, excitovaných stavů a dalšími faktory ovlivňujícími excitace elektronů, tedy přechod elektronu na vyšší, excitovanou, energetickou hladinu a ionizace atomů, jako je např. teplota a hustota elektronů.

Excitaci a ionizaci může v plazmatu ovlivňovat několik procesů. Často nejvýznamnějším zdrojem excitovaných elektronů je excitace srážkou s volným elektronem, který při srážce předá vázanému elektronu energii potřebnou pro excitaci. Při dostatečně velké energii volného elektronu může dojít až k ionizaci, kdy vázaný elektron zcela opouští atom. Ke vzniku ionizovaných stavů také přispívá samoionizace, ke které může dojít, pokud atom ve svém obalu obsahuje dva excitované elektrony a při deexcitaci jednoho z nich je druhý uvolněn z obalu.

Ke zmíněným procesům existují i procesy opačné. Při deexcitaci dochází ke spontánní emisi fotonu o energii dané rozdílem mezi hladinami. Opakem k srážkové ionizaci je zase srážka dvou elektronů s atomem, tzv. tříčásticová rekombinace, kdy jeden elektron je navázán do excitovaného stavu a druhému je udělena vyšší energie. Při dielektrické rekombinaci, jakožto opaku k samoionizaci, dochází k záchytu volného elektronu do dvojitě excitovaného stavu a následně k přechodu tohoto elektronu do nižšího excitovaného stavu za vyzáření fotonu [2].

Existuje několik modelů popisujících hustoty jednotlivých excitovaných stavů atomů. Koronální model uvažuje systém vodíkového plazmatu, kde k excitacím vždy dochází pomocí srážek a deexcitace vždy produkují záření, a tedy jsou v rovnováze procesy srážkové ionizace s tříčásticovou rekombinací a srážkovou excitací a spontánní emise. Jeho aplikace je však omezená pouze na plazma o nízké hustotě a v rovnováze, přičemž tokamakové plazma právě požadavek na rovnovážný stav mezi jednotlivými energetickými stavy částic často nesplňuje. Jiné modely mohou zahrnovat i časový vývoj systému a další radiační procesy [1].

Pro vyzářování vodíkového plazmatu existují detailní modely rozšiřující korunální model [2]. Viditelné záření vodíku je tvořené čarami v tzv. Balmerově sérii, které vznikají přechodem elektronů v atomech vodíku na druhou energetickou hladinu z vyšších hladin. Hodnoty vlnových délek těchto čar ve vzduchu jsou uvedeny v Tab. 1.1. Pro deuterium i tritium jsou vlnové délky podobné, avšak zpravidla kratší, což umožňuje např. měření poměru hustot těchto izotopů v plazmatu.

n	$\lambda[\text{nm}]$
3	656,3
4	486,1
5	434,0
6	410,2

Tabulka 1.1: Vlnové délky λ viditelných čar Balmerovy série ve vzduchu. n je hlavní číslo původní energetické hladiny elektronu.

Nečistoty v plazmatu také přispívají svým charakteristickým zářením. U nich je již

nutné v modelech počítat i s vícekrát ionizovanými stavy atomů. Za využití spektrálních filtrů je možné pomocí tohoto záření určovat hustotu daných ionizovaných stavů nečistot v plazmatu [1].

Spektrální čáry charakteristického záření podléhají několika procesům, při nichž dochází k jejich rozšiřování. Důležité je např. Dopplerovo rozšíření způsobené vysokou teplotou plazmatu, díky níž jsou Dopplerovým jevem pozměněny vyzařované vlnové délky záření. Jelikož tento jev závisí na teplotě iontů v plazmatu, je možné ji pozorováním tohoto rozšíření odhadnout [2].

Kapitola 2

Tomografie

Tomografie je diagnostická metoda, která z vnějších pozorování objektu rekonstruuje jeho vnitřní strukturu. Měření mohou být prováděna pomocí různých vln nebo částic. Nejčastěji je používáno elektromagnetické záření, ovšem také existují aplikace využívající např. zvukové vlny, miony, nebo neutrina. Obecně je tato metoda používána pro nedestruktivní diagnostiku objektů, u kterých je nemožné nebo nežádoucí jejich narušení. Jako běžná diagnostická metoda je tak tomografie používána např. v lékařství, archeologii, biologii, geologii a fyzice plazmatu.

Tomografie je standardně využívána také k pasivní diagnostice tokamakového plazmatu, kde je několika detektory (např. kamerami) prováděno měření elektromagnetického záření vyzařovaného plazmatem ve viditelném spektru nebo častěji ve spektru měkkého rentgenového záření. Z těchto dat je pak tomografickými algoritmy rekonstruován průřez emisivity plazmatu v poloidální rovině, který pak lze využít pro studium různých jevů v závislosti na zkoumané části spektra záření.

Tokamaková tomografie je značně omezena nízkým počtem detektorů diktovaným geometrií tokamaku, a to převážně polohou vakuových portů, na kterých jsou detektory obvykle umístěny. Toto omezení pokrytí detektory dělá tomografickou úlohu nedourčenou. Samotná podstata tomografické inverze ji také činí špatně podmíněnou, tj. i malá chyba v datech vede k podstatným rozdílům v rekonstrukci. Oba tyto problémy je tedy nutné zohlednit ve způsobu řešení úlohy a to např. zahrnutím dalších předpokladů vycházejících z fyziky plazmatu a regularizací úlohy.

2.1 Formulace a řešení tomografické úlohy

Cílem tomografie vyzařování tokamakového plazmatu je určení prostorového rozložení emisivity plazmatu $g(\mathbf{r})$, kde \mathbf{r} je polohový vektor. Výchozími daty jsou hodnoty f_i naměřené detektory záření nacházejícími se mimo plazma. Každý takový detektor snímá záření pouze v omezeném zorném poli po tzv. chordě. Chordu je často možné aproximovat přímkou, tzv. pozorovací linií, byť ve skutečnosti zaujímá nenulový prostorový úhel. Hodnota f_i naměřená i -tým detektorem pak odpovídá integrálu

emisivity plazmatu po chordě S_i . Pro počet detektorů n_l pak platí

$$f_i = \int_{S_i} g(\mathbf{r}) ds \quad i = 1, \dots, n_l. \quad (2.1)$$

Tato sada integrálních rovnic, konkrétně Fredholmových rovnic prvního druhu, je pro konečný počet n_l nedourčená [4].

Převedení této úlohy z nedourčené na přeурčenou je možné pomocí rozvinutí funkce g do sady ortogonálních bázových funkcí [4]. Různé metody řešení pak využívají různé volby těchto bázových funkcí. Častou metodou z hlediska volby bázových funkcí pro tokamakovou tomografii je tzv. metoda pixelů. Při této metodě je poloi-dální řez, ve kterém probíhá rekonstrukce, rozdělen na pixely, nejčastěji čtvercové plochy, ve kterých je emisivita považována za konstantní. To odpovídá volbě bázo-vých funkcí rovných jedné v příslušném pixelu a nulových ve všech ostatních.

Pro n_{px} pixelů a tedy i n_{px} hodnot emisivity g_j v těchto pixelech zapsaných do vektoru \mathbf{g} , pro n_l naměřených dat f_i zapsaných do vektoru \mathbf{f} lze úloha zapsat jako

$$\mathbf{f} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{g}, \quad (2.2)$$

kde \mathbf{T} je tzv. geometrická matice (někdy také příspěvková), jejíž prvek T_{ij} je v prvním přiblížení určen jako délka i -té pozorovací linie v j -tém pixelu [4]. Jelikož každá pozorovací linie většinou pixelů neprochází, je matice \mathbf{T} tzv. řídká, tj. většina prvků v ní je nulová, což umožňuje zefektivnění některých výpočetních kroků.

Řešení této úlohy přímou inverzí \mathbf{T} je často nevhodné kvůli její špatné podmíněnosti, nebo nemožné kvůli neexistenci její inverzní matice. Je tedy potřeba využít jiných metod hledání řešení [4].

2.2 Tichonova regularizace

Tomografickou úlohu lze zapsat do tvaru

$$\mathbf{f} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{g} + \boldsymbol{\xi}, \quad (2.3)$$

kde $\boldsymbol{\xi}$ je vektor tzv. reziduí ξ_i , jejichž hodnoty představují systematické i nahodilé chyby ovlivňující naměřená data f_i [6].

Pro počet naměřených dat větší než počet pixelů, $n_l > n_{\text{px}}$, lze přistoupit k hledání řešení \mathbf{g} úlohy (2.2) pomocí minimalizace

$$\chi^2 = \frac{1}{n_l} \sum_i^{n_l} \frac{\xi_i^2}{\sigma_i^2}, \quad (2.4)$$

kde σ_i je směrodatná odchylka f_i . Při zavedení značení $\tilde{\mathbf{T}}$, kde $\tilde{T}_{ij} = T_{ij}/\sigma_i$, a $\tilde{\mathbf{f}}$, kde $\tilde{f}_i = f_i/\sigma_i$, a horní index T značí transpozici, lze χ^2 zapsat také jako

$$\chi^2 = \frac{1}{n_l} \left(\tilde{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{g} - \tilde{\mathbf{f}} \right)^T \cdot \left(\tilde{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{g} - \tilde{\mathbf{f}} \right). \quad (2.5)$$

Úloha se tímto převádí na tvar

$$\tilde{\mathbf{T}}^T \cdot \tilde{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{g} = \tilde{\mathbf{T}}^T \cdot \tilde{\mathbf{f}} \quad (2.6)$$

odpovídající metodě nejmenších čtverců [4].

Pro opačný případ $n_l < n_{\text{px}}$ je však i úloha doplněná o podmínku minimálního χ^2 nejednoznačná. Pro dourčení úlohy je možné použít Tichonovu regularizaci, spočívající v minimalizaci funkcionálu

$$\phi = \left(\tilde{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{g} - \tilde{\mathbf{f}} \right)^T \cdot \left(\tilde{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{g} - \tilde{\mathbf{f}} \right) + \alpha \mathbf{g}^T \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{g}. \quad (2.7)$$

kde α je kladný regularizační parametr a \mathbf{H} regularizační matice. Tím je úloha převedena do tvaru

$$\left(\tilde{\mathbf{T}}^T \cdot \tilde{\mathbf{T}} + \alpha \mathbf{H} \right) \cdot \mathbf{g} = \tilde{\mathbf{T}}^T \cdot \tilde{\mathbf{f}}, \quad (2.8)$$

který je následně řešen pro \mathbf{g} .

Regularizační parametr α určuje, s jakou váhou je přihlíženo k požadavkům daným regularizační maticí \mathbf{H} proti minimalizaci χ^2 .

Jednotlivé metody využívající Tichonovy regularizace se pak odlišují na základě regularizační matice \mathbf{H} , pomocí které jsou do úlohy obvykle vnášeny vhodné požadavky na výsledný průřez emisivity. Příkladem takové metody je lineární regularizace, která dodává podmínku na hladkost rekonstrukce. V případě lineární regularizace prvního řádu má regularizační matice tvar

$$\mathbf{H} = \nabla_{x_1}^T \cdot \nabla_{x_1} + \nabla_{x_2}^T \cdot \nabla_{x_2}, \quad (2.9)$$

kde ∇_{x_1} a ∇_{x_2} jsou matice parciální derivace podle x_1 a podle x_2 . Jedná se tak o metodu minimalizující gradient výsledku. Vyšší řády lineární regularizace pak minimalizují vyšší řády derivací [4]. Další metodou využívající Tichonovu regularizace je pak regularizace s minimalizací Fisherovy informace, která bude popsána blíže v následujících odstavcích.

Regularizace s minimalizací Fisherovy informace (MFR)

Fisherova informace je statistická veličina vyjádřená pro rozdělení emisivity $g(x_1, x_2)$ jako

$$I_F = \iint \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left| \frac{\partial g(x_1, x_2)}{\partial x_i} \frac{\partial g(x_1, x_2)}{\partial x_j} \frac{1}{g(x_1, x_2)} \right| dx_1 dx_2, \quad (2.10)$$

kde v tokamaku x_1 a x_2 odpovídají souřadnicím R a z . Minimalizací Fisherovy informace je obdobně, jako tomu je v případě minimalizace gradientu v lineární regularizaci, dosaženo vhodné hladkosti výsledku. Dělením integrandu hodnotou $g(R, z)$ je podmínka hladkosti zesílena v místech s nízkými hodnotami emisivity a naopak zeslabeno s v místech s hodnotami vysokými. To vede ke zlepšení prostorového rozlišení v místech s intenzivnějším vyzařováním, které obvykle bývají zajímavější pro studium [5]. Tento postup také vede k potlačení artefaktů v rekonstrukci.

Implementace podmínky minimalizace Fisherovy informace do Tichonovy regularizace vyžaduje iterativní výpočet regularizační matice \mathbf{H} kvůli závislosti Fisherovy informace, a tedy i matice \mathbf{H} , na \mathbf{g} . Konkrétně je matice \mathbf{H} v každém kroku počítána z upraveného předpisu (2.9) jako

$$\mathbf{H}^{(n)} = \nabla_{x_1}^T \cdot \mathbf{W}^{(n)} \cdot \nabla_{x_1} + \nabla_{x_2}^T \cdot \mathbf{W}^{(n)} \cdot \nabla_{x_2}, \quad (2.11)$$

kde index (n) značí n -tou iteraci a $\mathbf{W}^{(n)}$ je váhová matice. Ta je ve zde použité implementaci inicializována jako jednotková matice

$$\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{1} \quad (2.12)$$

a ve všech dalších krocích je počítána jako

$$\begin{aligned} W_{ij}^{(n)} &= \frac{1}{g_i^{(n)}} \cdot \delta_{ij} & g_i^{(n)} > 0, \\ W_{ij}^{(n)} &= W_{\max} \cdot \delta_{ij} & g_i^{(n)} < 0, \end{aligned} \quad (2.13)$$

kde W_{\max} je zvolená maximální hodnota váhy. Řešení $\mathbf{g}^{(n)}$ v jednotlivých krocích je získáváno řešením úlohy (2.8), která za použití váhové matice z předchozí iterace má tvar

$$\left(\tilde{\mathbf{T}}^T \cdot \tilde{\mathbf{T}} + \alpha \mathbf{H}^{(n-1)} \right) \cdot \mathbf{g}^{(n)} = \tilde{\mathbf{T}}^T \cdot \tilde{\mathbf{f}}. \quad (2.14)$$

Regularizační parametr α je v jednotlivých krocích získáván vnořeným cyklem minimalizujícím

$$|\chi^2 - 1|, \quad (2.15)$$

kde χ^2 je vypočteno dle (2.4) z řešení \mathbf{g} dle (2.14). Řešení \mathbf{g} pro takto optimalizované α je pak použito k výpočtu váhové matice \mathbf{W} pro další krok. Takto je úloha řešena do dosažení podmínky malého rozdílu řešení $\mathbf{g}^{(n+1)}$ a $\mathbf{g}^{(n)}$ [4], nebo díky známé rychlé konvergenci vnějšího cyklu po pevně daném počtu iterací, např. po třech.

V novějších implementacích algoritmu MFR je regularizační matice \mathbf{H} upravena tak, aby byla v řešení navíc preferována hladkost emisivity podél magnetických povrchů [5]. Regularizační matice je tvaru

$$\mathbf{H}^{(n)} = S(\eta) \mathbf{B}_{\parallel}^T \cdot \mathbf{W}^{(n)} \cdot \mathbf{B}_{\parallel} + S(-\eta) \mathbf{B}_{\perp}^T \cdot \mathbf{W}^{(n)} \cdot \mathbf{B}_{\perp}. \quad (2.16)$$

\mathbf{B}_{\parallel} a \mathbf{B}_{\perp} jsou tzv. vyhlazovací matice, \mathbf{B}_{\parallel} pro směr podél magnetického pole a \mathbf{B}_{\perp} pro směr na něj kolmý, složené z numerických derivací v těchto směrech. Funkce S určuje v závislosti na parametru η míru anizotropie vyhlazování v těchto směrech a v použité implementaci je tvaru sigmoidní funkce

$$S(\eta) = \frac{1}{1 + e^{-\eta}}. \quad (2.17)$$

Zahrnutí této anizotropie bylo motivované chováním emisivity plazmatu v tokamacích a již se ukázalo jako výhodné v praktické aplikaci algoritmu MFR [5].

Kokrétně byla v této práci použita implementace algoritmu MFR v balíčku Tomotok pro programovací jazyk Python [10].

Kapitola 3

Kalibrace kamer

K výpočtu geometrické matice potřebné k řešení tomografické úlohy je vyžadován přesný popis polohy kamer a směrů jejich pozorovacích linií. Tento popis je v praxi utvářen určováním vnitřních a vnějších kalibračních parametrů daného modelu kamery. Vnitřní kalibrační parametry jsou získány kalibrací čočky, vnější pak geometrickou kalibrací. Dále bude popsán použitý model kamer a postup jejich kalibrace.

3.1 Model kamery a zkreslení obrazu

Základem modelů popisujících kameru je projekce bodu se souřadnicemi (x, y, z) v laboratorní soustavě na bod (u, v) v obrazové rovině, potažmo na odpovídající detektor. Obrazová rovina odpovídá rovině, ve které se nachází detektor kamery, a její vzdálenost f od optického středu je označována účinnou ohniskovou vzdáleností. Také je definována souřadná soustava kamery se souřadnicemi (x_c, y_c, z_c) tak, aby počátek byl v jejím optickém středu a osa z_c odpovídala optické ose. Obrazová souřadná soustava je pak zavedena na obrazové rovině tak, aby počátek byl v jejím průniku s optickou osou a osy u a v byly rovnoběžné s x_c a y_c [11].

Nejjednodušší model kamery uvažuje místo objektivu bezrozměrný bod nazývaný pinhole, nacházející se v optickém středu kamery. Všechny pozorovací linie pak musí procházet tímto bodem. Projekce na obrazovou rovinu z souřadné soustavy kamery je dána jako

$$\begin{aligned} u &= f \frac{x_c}{z_c}, \\ v &= f \frac{y_c}{z_c}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Pinhole model kamery tedy neuvažuje žádné zkreslení obrazu způsobené geometrií čočky a slouží jako základ pro další modely, které je již uvažují [11].

Nedokonalosti v optickém systému kamery vedou ke vzniku odchylek projekce od pinhole modelu, nazývaných zkreslení obrazu. Výsledné zkreslené souřadnice pak

jsou tvaru

$$\begin{aligned} u' &= u + \delta_u(u, v), \\ v' &= v + \delta_v(u, v), \end{aligned} \quad (3.2)$$

kde u, v jsou nezkrácené souřadnice podle (3.1) a δ_u, δ_v jsou odchylky od nich. Tyto odchylky je pak vzhledem k jejich příčinám vhodné rozdělit na části tečné a radiální vzhledem k počátku [11].

Radiální část zkreslení popisuje tzv. soudkovité nebo poduškovité zkreslení obrazu způsobené nedokonalým radiálním zakřivením čočky kamery. V závislosti na vzdálenosti od počátku $r = \sqrt{u^2 + v^2}$ je tak projekce objektů zmenšována nebo zvětšována. Radiální odchylky je možné aproximovat např. pomocí polynomu v r^2 jako

$$\begin{aligned} \delta_u(u, v) &= (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) u, \\ \delta_v(u, v) &= (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) v, \end{aligned} \quad (3.3)$$

kde k_1, k_2, k_3 jsou koeficienty radiálního zkreslení [11].

Tečná část zkreslení popisuje zkreslení nejčastěji způsobená nesouosostí různých optických součástí kamery. Odchylky pak lze aproximovat jako

$$\begin{aligned} \delta_u(u, v) &= 2p_1 uv + p_2(r^2 + u^2), \\ \delta_v(u, v) &= 2p_2 uv + p_1(r^2 + v^2), \end{aligned} \quad (3.4)$$

kde p_1, p_2 jsou koeficienty tečného zkreslení [11].

3.1.1 Kalibrace čočky a geometrická kalibrace

Zde použitá kalibrace čočky tedy spočívá v určení vnitřních (radiálních a tečných) kalibračních parametrů pro zkreslené obrazové souřadnice

$$\begin{aligned} u' &= (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) u + 2p_1 uv + p_2(r^2 + u^2), \\ v' &= (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) v + 2p_2 uv + p_1(r^2 + v^2). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Geometrická kalibrace pak určuje polohu a orientaci kamery, resp. souřadné soustavy kamery. Obě kalibrace využívají snímek nebo snímky referenčního objektu známé geometrie a polohy. Určením několika párů bodů na objektu a odpovídajících bodů na snímku objektu lze odhadnout kalibrační parametry.

3.2 Použití kamery

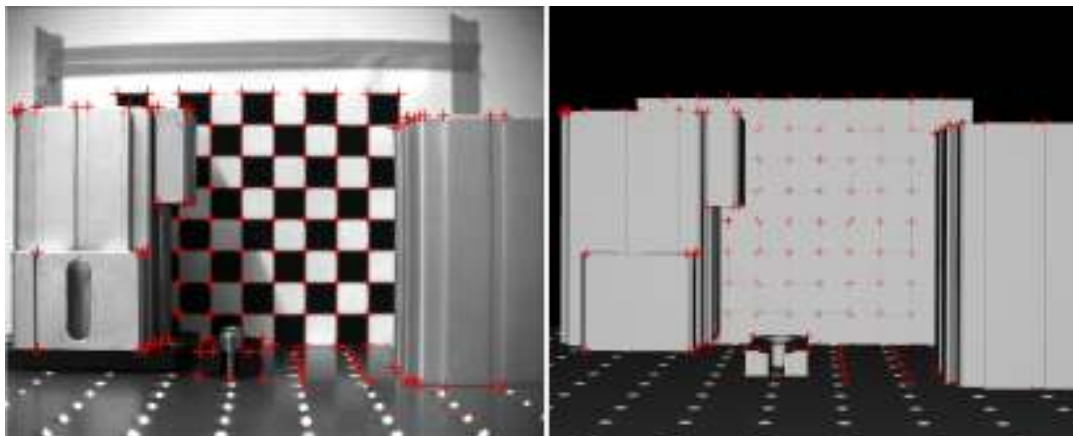
Za účelem použití pro viditelnou tomografii na tokamaku GOLEM byly kalibrovány dvě kamery Photron FASTCAM Mini UX50 [13]. Plné rozlišení kamer je 1280×1024 pixelů při 2000 snímcích za sekundu. Na nižších rozlišení je maximální snímková frekvence zvýšena, pro rozlišení 1280×24 pixelů až na 102 400 snímků za sekundu. Velikost pixelů CMOS snímače je $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$. Kamery snímají černobíle ve viditelném spektru.

Kamery jsou vybaveny objektivem MVL25M1 s účinnou ohniskovou vzdáleností 25 mm a maximálním clonovým číslem $f/1,4$. Kamery jsou upevněny na bočním a horním portu velkého kříže tokamaku. Do komory mají výhled přes průchodky ze safírového skla propustné pro vlnové délky 150 nm až 4,5 μm .

3.3 Postup kalibrace kamer

Ke kalibraci kamer pro tomografii na tokamacích je běžně používána jako referenční objekt samotná komora tokamaku z pohledu kamery. Na tokamaku GOLEM by tento postup nebyl vyhovující kvůli nedostatku dobře definovaných bodů v komoře a omezeném radiálním pohledu. Kamery jsou navíc určeny částečně i pro použití mimo tokamak, a tedy bez průchodek a se změněnými optickými vlastnostmi. Proto byl zvolen jiný, nestandardní postup provedení kalibrace. Kalibrace byla zpracována pomocí programu Calcam [12] a jeho funkce kalibrace identifikací bodů (calibration by point fitting).

Namísto komory tokamaku byla jako referenční objekt použita 3D scéna o známé geometrii. Scéna byla sestavena na optickém stole z několika běžných optických součástí a kalibrační šachovnice tak, aby dobře definované body scény co nejlépe pokrývaly objem přibližně odpovídající kamerou zabírané části komory tokamaku. Kamera byla umístěna do polohy přesně určené pomocí optického stolu. Snímek scény pořízený kamerou byl pak v programu Calcam použit ke kalibraci spolu s CAD modelem vytvořeném podle použité 3D scény. V rámci kalibrace byly dobře definované body v modelu přiřazovány k odpovídajícím bodům na snímku. Příklad porovnání snímku s pohledem na model v programu Calcam je zobrazen na Obr. 3.1.

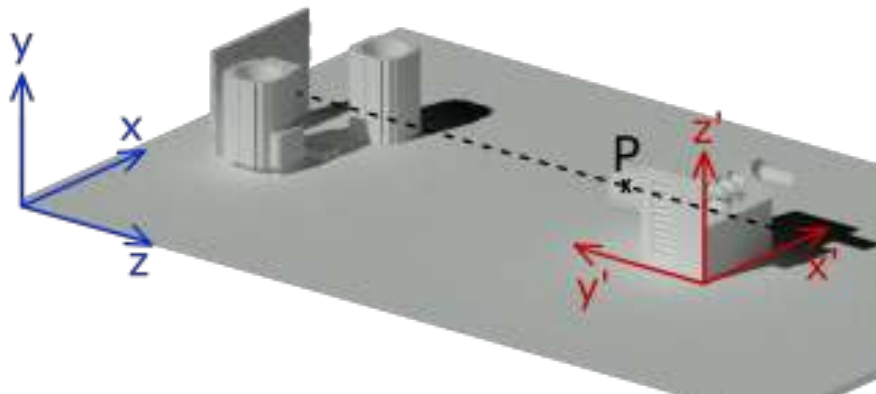


Obrázek 3.1: Porovnání snímku 3D scény s pohledem na CAD model 3D scény v programu Calcam. Červeně jsou vyznačeny kalibrační body. Modře jsou na snímku vyznačeny hrany modelu podle jeho vypočtené polohy. Snímek byl pořízen vertikální kamerou s připevněnou průchodkou.

Pro přesnější určení vnitřních kalibračních parametrů byla navíc použita kalibrace šachovnicí. Pro tu byly pořízeny snímky šachovnicového vzoru o známé velikosti na

rovné podložce v různých polohách a natočeních tak, aby celkově body šachovnice vyplnily co největší část záběru kamery v požadované vzdálenosti od ní. Tyto snímky pak byly automaticky zpracovány programem Calcam.

Kvůli provedení kalibrace mimo tokamak nelze přímo využít výslednou polohu čočky z kalibrace, jelikož je udána v laboratorní souřadné soustavě spjaté s použitou kalibrační 3D scénou. Proto byla vypočtena poloha čočky v souřadné soustavě kamery, která má počátek v jednom z vrcholů její zadní stěny. To umožňuje snazší určení polohy čočky např. v souřadné soustavě tokamaku pouze pomocí určení polohy a orientace kamery v této soustavě. Schéma zobrazující volbu laboratorní souřadné soustavy a souřadné soustavy kamery je na Obr. 3.2



Obrázek 3.2: Schéma kalibrační 3D scény s vyznačenými souřadnými osami. Modře jsou vyznačeny souřadné osy x, y, z laboratorní soustavy, červeně souřadné osy x', y', z' souřadné soustavy kamery. Poloha čočky je vyznačena bodem P ležícím na optické ose vyznačené čárkovaně.

Tímto způsobem byly určeny kalibrační parametry pro obě kamery s připevněnými průchodkami i bez nich.

Kapitola 4

Testování tomografie v PlasmaLab

Pro otestování zkalibrovaných kamer a tomografického algoritmu Tichonovy regularizace s minimalizací Fisherovy informace byl navržen postup využívající známý profil emisivity sestavený pomocí několika výbojek v definovaných polohách vůči kamerám. Tento test byl proveden v laboratoři PlasmaLab.

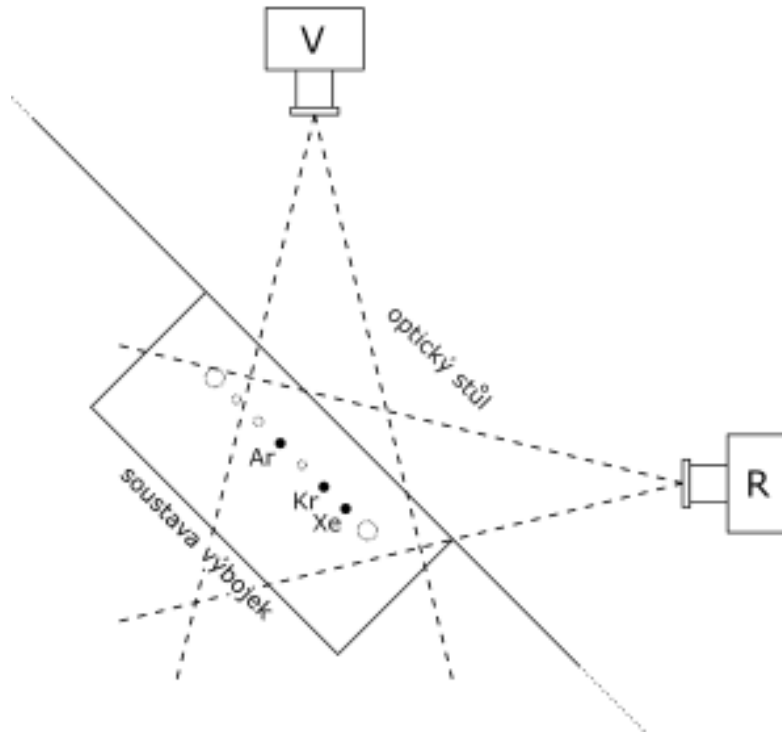
4.1 Postup měření

Pro jednodušší určení poloh kamer byly obě kamery umístěny na optickém stole kolmo vůči sobě ve známé poloze. Jako zdroj záření byla použita soustava výbojek s různými plyny, konkrétně argonem, kryptonem a xenonem. Ty jsou umístěny ve vertikální poloze v řadě na podstavci. Kvůli výšce podstavce nemohly být výbojky umístěny na optickém stole, tudíž byly umístěny podél jedné hrany stolu tak, aby stály diagonálně vůči kamerám. Schéma této soustavy je na Obr. 4.1. Kamery byly umístěny ve vzdálenosti od výbojek přibližně odpovídající jejich vzdálenosti od plazmatu při umístění na tokamaku. Kamery byly použity bez nainstalovaných průchodek, se stejným nastavením optiky jako při kalibraci.

Snímky z obou kamer byly pořízeny s několika nastaveními rychlosti závěrky, tudíž i expozicí a rozlišením obrazu. Pokaždé byly výbojky snímány oběma kamerami zároveň, byť to vzhledem ke statickému profilu emisivity vytvářeném výbojkami nebylo podstatné.

4.2 Zpracování dat

Zpracování dat bylo provedeno pomocí algoritmu MFR implementovaného v balíčku Tomotok [10]. Z kalibrace kamer v programu Calcam byly získány směrové vektory pozorovacích linií detektorů. Tyto vektory byly otočeny podle reálné orientace kamer a s pomocí určené pozice kamer byla určena poloha pozorovacích linií. Z nich poté byla vygenerována geometrická matice \mathbf{T} pro zvolenou pixelovou mříž, na níž probíhala rekonstrukce.



Obrázek 4.1: Schéma sestavy použité pro testování tomografie na výbojkách. Výbojky použité pro tomografii jsou vyznačeny černou výplní a značkou plynu v nich. Tečkovaně jsou zobrazeny ostatní výbojky a stojan soustavy. Kamery umístěné na optickém stole jsou značeny písmeny V a R podle jejich označení pro využití na tokamaku. Jejich přibližné zorné pole je vyznačeno čárkovaně.

Z obou snímků byla použita data z jedné horizontální řady detektorů, přičemž tato řada byla zvolena dle vhodnosti dat. Převážně byla požadována dostatečná viditelnost výbojů všech tří výbojek a absence výraznějších zdrojů světla na pozadí.

Pro tomografickou inverzi byl použit algoritmus MFR. Jelikož se nejednalo o měření na tokamaku, nebyla zahrnuta anizotropie vyhlazování podél magnetických povrchů, tedy pro (2.17) byl použit parametr $\eta = 0$. Chyby ξ_i v datech byly odhadnuty jako lineárně závislé na signálu na detektoru podle

$$\xi_i = af_i + b, \quad (4.1)$$

kde f_i je signál na daném detektoru a a , b konstanty zvolené podle kvality výsledné rekonstrukce.

Tomograficky za použití stejné geometrické matice byla také zpracována data ze simulovaného profilu emisivity odpovídajícímu očekávanému profilu emisivity výbojek. Simulovaná data byla ze simulovaného profilu vypočtena dle (2.2).

4.3 Výsledky

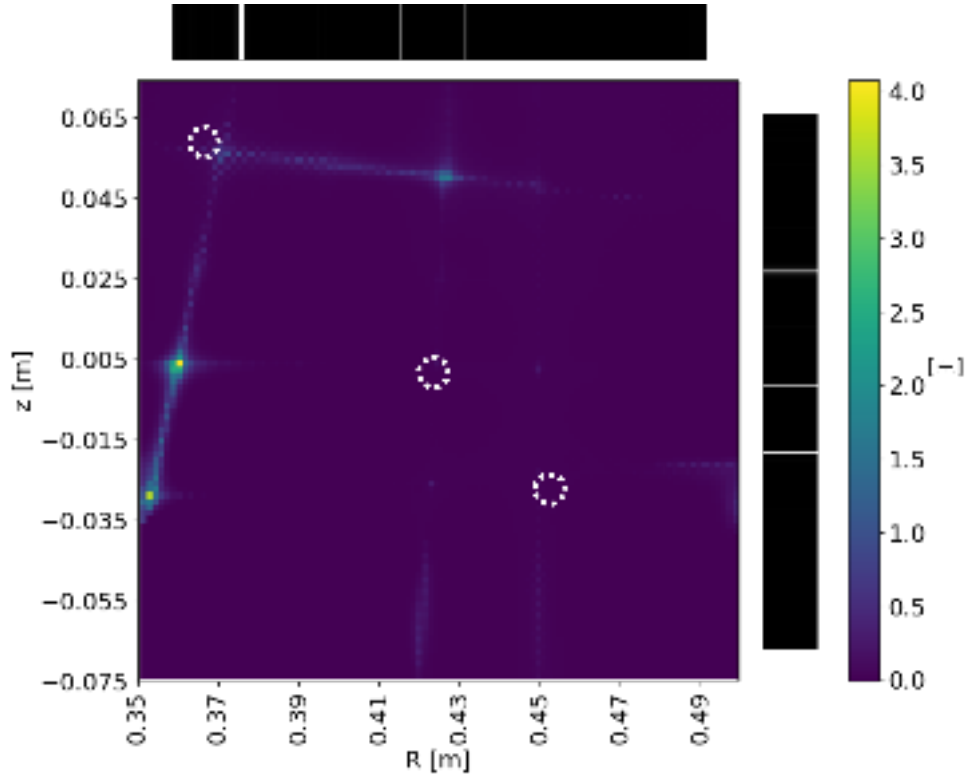
Jako nejvhodnější vzhledem k absenci světla na pozadí a odrazů od ostatních výbojek se jeví snímky pořízené při snímkovací frekvenci 10 000 fps . Zvolený pár snímků pořízený při této snímkovací frekvenci je zobrazen na Obr. 4.2. Z nich byly vybrány řady pixelů odpovídající 400. řadě detektorů kamery, které byly následně použity jako data pro tomografickou rekonstrukci.

Výsledný zrekonstruovaný profil emisivity je zobrazen na Obr. 4.3. Rekonstrukce je stejně orientovaná jako schéma na Obr. 4.1. Pro ověření kalibrace kamer a výsledku tomografie jsou vyznačeny také polohy výbojek zaměřené v laboratoři. Další rekonstrukce pro jiné odhady chyb jsou zobrazeny na Obr. 4.4, 4.5

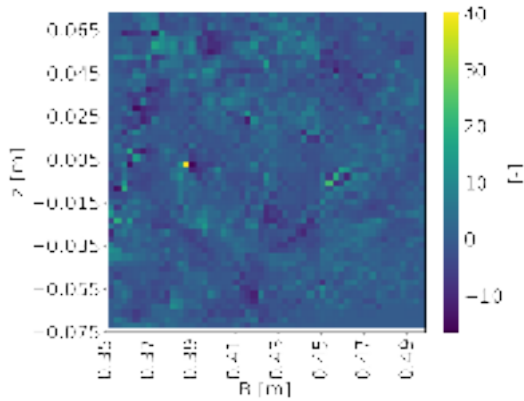
Simulovaný profil emisivity je zobrazen na Obr. 4.6 a jeho tomografická rekonstrukce vypočtená pro $a = 0,04$, $b = 15$ na Obr. 4.7.



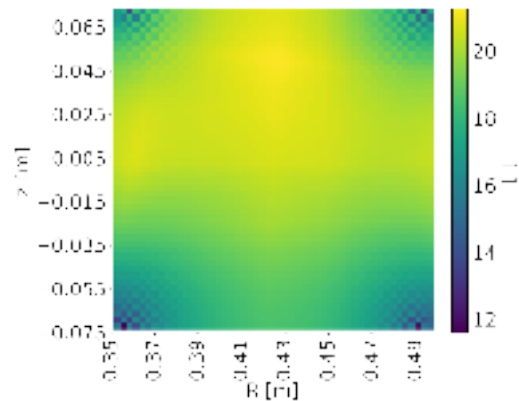
Obrázek 4.2: Použitý pár snímků výbojek, horní snímek z kamery R, dolní z kamery V.



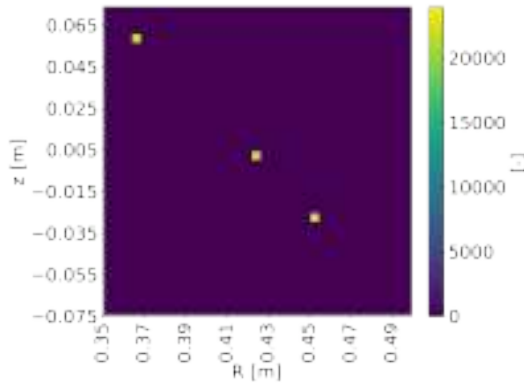
Obrázek 4.3: Zrekonstruovaný profil emisivity výbojek na mřížce 100×100 pixelů pro řadu detektorů č. 400. Chyby dat byly vypočteny dle (4.1) pro $a = 0,04$, $b = 15$. Poloha výbojek zaměřená v laboratoři vyznačena čárkovaně bíle. Černobíle jsou zobrazena data z kamer, nahoře pro kameru V, vpravo pro kameru R. Hustota emisivity je udávána v arbitrárních jednotkách.



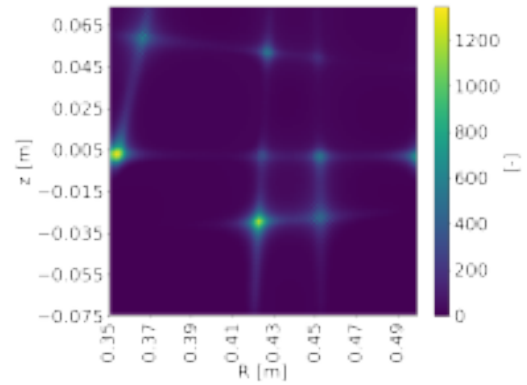
Obrázek 4.4: Zrekonstruovaný profil emisivity výbojek na mřížce 51×51 pixelů pro řadu detektorů č. 400. Chyby dat byly vypočteny dle (4.1) pro $a = 0,01$, $b = 5$.



Obrázek 4.5: Zrekonstruovaný profil emisivity výbojek na mřížce 51×51 pixelů pro řadu detektorů č. 400. Chyby dat byly vypočteny dle (4.1) pro $a = 0,1$, $b = 20$.



Obrázek 4.6: Simulovaný profil emisivity přibližně odpovídající profilu emisivity výbojek na mřížce 100×100 pixelů.



Obrázek 4.7: Zrekonstruovaný profil emisivity ze simulovaných dat na mřížce 100×100 pixelů pro řadu detektorů č. 400. Chyby dat byly vypočteny dle (4.1) pro $a = 0,04$, $b = 15$.

4.4 Diskuze

Byla otestována provedená kalibrace kamer a tomografický algoritmus MFR na známém profilu emisivity viditelného záření tvořeném soustavou výbojek.

V tomografické rekonstrukci se projevilo nestandardní uspořádání profilu emisivity. Konkrétně se jedná o velmi prudké změny v emisivitě způsobené malými rozměry výbojek, odrazy světla od ostatních výbojek a stojanu a také zdroje světla na pozadí. Ve spojení s omezením na pouze dvě kamery pak výsledný zrekonstruovaný profil emisivity neodpovídá skutečnému profilu emisivity tvořeného pouze třemi téměř bodovými zdroji. Místo toho tvoří zrekonstruovaný profil mřížku ze tří a tří protínajících se linií odpovídajícím pozorovacím liniím kamer, po kterých byl zaznamenán signál. Pozice výbojek se tak nacházejí na průnicích těchto linií na „hlavní diagonále“ této mřížky.

Rekonstrukce ze simulovaných dat došla k podobnému výsledku vykazujícímu stejný problém, konkrétně mřížkový charakter namísto tří bodových zdrojů. To dále poukazuje na to, že tento konkrétní problém není způsoben chybami kalibrace kamer, ale z jiných důvodů jako např. špatným odhadem chyb měření nebo nestandardním uspořádáním úlohy spočívající v malé hladkosti profilu emisivity.

Pozice výbojek určené tomograficky odpovídají přibližně změřeným pozicím výbojek. Pozice prostřední výbojky s Kr byla určena nejpřesněji, zatímco pozice krajních výbojek s Ar a Xe se lišily od změřené polohy o ≈ 5 mm. Tento rozdíl může poukazovat na chybu v kalibraci čočky, kdy projekce na detektory blíže optickému středu jsou zkalibrovány přesněji než ty blíže okrajům. Výsledek kalibrace v Calcamu na Obr. 3.1 však tomuto nenasvědčuje. Další příčinou mohla být chyba v geometrické kalibraci kamer, tedy v určení jejich vzájemné polohy a orientace. Chyba určení

polohy kamer by měla být malá díky použití optického stolu pro určení poloh kamer. Naměřená poloha výbojek vůči optickému stolu mohla být již méně přesná a výbojky byly navíc mírně nakloněné, jak je vidět na Obr. 4.2.

Vzhledem k naklonění výbojek by také bylo pro přesnější provedení tomografie vhodné vzít v potaz případnou rozdílnou výšku zvolených řad detektorů kamer a také různé „roviny“ dané pozorovacími liniemi detektorů v těchto řadách. Pro případ výrazného rozdílu těchto rovin by bylo vhodné najít řady detektorů, jejichž roviny se protínají uvnitř zkoumaného objektu.

Při zpracování dat se také silně projevovaly různé odhady chyb měření ξ_i podle (4.1). Pro moc velké odhady chyb byla výsledná rekonstrukce příliš hladká na rozeznání jednotlivých výbojek, viz Obr. 4.5, pro moc malé chyby se naopak moc projevovalo pozadí a odražené světlo, případně byla rekonstrukce spíše podobná šumu, viz Obr. 4.4. Pro případné nové zpracování dat pro tento test by bylo vhodné najít věrohodnější způsob odhadu chyb.

Na základě tohoto testu považuji kalibraci kamer za úspěšnou. Zároveň však test poukázal na některé problémy, které lze očekávat i při použití tomografie ke studiu tokamakového plazmatu. Těmi jsou chyby v kalibraci čoček i v geometrické kalibraci, malý počet kamer, spárování snímaných rovin a otázka odhadování chyb měření ξ_i .

Kapitola 5

Implementace a testování tomografie na tokamaku GOLEM

Na tokamaku GOLEM byla implementována tomografická inverze pomocí algoritmu Tichonovy regularizace s minimalizací Fisherovy informace na datech z dvou rychlých kamer snímajících viditelné záření. V rámci implementace byla provedena geometrická kalibrace kamer s využitím kalibrace provedené mimo tokamak. Tomografie byla otestována na experimentálních datech pro různé parametry rekonstrukce.

5.1 Tokamak GOLEM

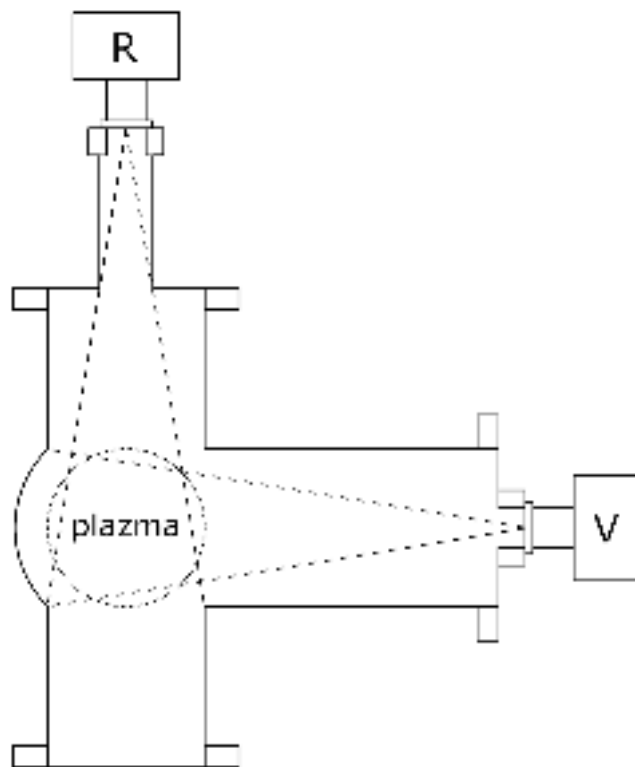
Tokamak GOLEM je nejstarším a nejmenším funkčním tokamakem na světě. Nachází se v budově FJFI ČVUT v Břehové ulici v Praze a je využíván primárně pro výuku, ale také pro výzkum. Tokamak navíc nabízí možnost vzdáleného ovládání přes webové rozhraní. Hlavní poloměr tokamaku je $R_0 = 0,4$ m, vedlejší poloměr $a = 0,1$ m, poloměr plazmatu dle limiteru $r = 0,085$ m. Toroidální magnetické pole dosahuje hodnot $B_T < 0,5$ T, proud plazmatem $I_p < 8$ kA. Centrální elektronová teplota dosahuje hodnot $T_e \approx 100 - 300$ eV. Výboje na GOLEMu trvají obvykle $\tau < 20$ ms.

5.2 Postup měření

Kamery jsou na tokamaku GOLEM umístěny v jedné poloidální rovině na bočním a vrchním portu velkého kříže. Obě tedy snímají stejný poloidální řez ze vzájemně kolmých pohledů. Kamery jsou připevněny k přírubám tak, aby jejich vzdálenost od středu plazmatu byla přibližně stejná ≈ 45 cm. Orientace kamer byla zvolena tak, aby v poloidální rovině snímala delší strana senzoru, tj. ta s 1280 detektory. Přibližné schéma umístění kamer na tokamaku je zobrazeno na Obr. 5.1.

Obdobně jako při testování tomografie v PlasmaLab byla i na tokamaku provedena geometrická kalibrace kombinací výsledků geometrické kalibrace mimo tokamak

a určením polohy kamer v souřadné soustavě tokamaku. Poloha kamer vůči sobě byla určena měřením svinovacím měřidlem. Měřeny byly vzdálenosti kamer podél vzájemně kolmých os v rovině kamer vně komory tokamaku. Také byly měřeny rozměry přírub na portech kamer a jejich vzdálenosti od kamer. Pomocí těchto měření spolu s rozměry udanými v technickém výkresu tokamaku GOLEM byla určena poloha kamer v souřadné soustavě tokamaku, a tak i provedena geometrická kalibrace kamer.



Obrázek 5.1: Schéma umístění kamer na velkém kříži tokamaku GOLEM. Kamery jsou značeny písmeny R a V podle toho, zda snímají radiální či vertikální polohu plazmatu (opačné značení než obvykle pro tomografii). Jejich pohled do komory je naznačen čárkovaně.

Kamery zahajují snímání současně podle triggeru před začátkem výboje na tokamaku. V daném rozlišení a v dané snímkové frekvenci je kamerami snímáno po celou dobu výboje. Zde byla použita data z výboje #39304 dostupná online z <https://golem.fjfi.cvut.cz/shots/39304/>, pořízená se snímkovou frekvencí 40 000 fps v rozlišení 1280×56 pixelů.

5.3 Zpracování dat

Zpracování dat bylo provedeno pomocí algoritmu MFR implementovaného v balíčku Tomotok [10]. Z kalibrace kamer v programu Calcam byly získány směrové vektory pozorovacích linií detektorů. Tyto vektory byly otočeny podle reálné orientace kamer

a s pomocí změřené pozice kamer byla určena poloha pozorovacích linií. Z nich poté byla vygenerována geometrická matice \mathbf{T} pro zvolenou pixelovou mříž, na níž probíhala rekonstrukce.

Byly použity dva způsoby vybrání dat. V prvním způsobu byla podobně jako při testování v PlasmaLab z každého z obou snímků použita data pouze z jedné řady detektorů přibližně v polovině výšky snímku. Zvoleny byly řady, skrz které podle kalibrace čočky prochází optická osa, tedy 526. řada pro kameru V a 518. řada pro kameru R. V druhém způsobu byla použita data ze všech detektorů použitých ke snímání.

Pro zahrnutí anizotropie vyhlazování vzhledem k magnetickým povrchům byly magnetické povrchy v poloidálním řezu aproximovány jako soustředné kružnice se středem ve středu komory tokamaku, nebo v jednom případě se středem posunutým ve kladném směru po souřadnici R . V (2.17) byl použit parametr $\eta > 0$, aby bylo upřednostňováno vyhlazování podél magnetických povrchů.

Chyby ξ_i v datech byly odhadnuty jako lineárně závislé na signálu na detektoru podle

$$\xi_i = af_i + b, \quad (5.1)$$

kde f_i je signál na daném detektoru a a, b konstanty zvolené podle kvality výsledné rekonstrukce.

Pro zohlednění omezení rozměrů plazmatu limiterem byla také použita upravená váhová matice přiřazující nižší váhu pixelům v rekonstrukční mřížce nacházejícím za limiterem. Konkrétně byla vnějším pixelům přiřazena desetkrát menší váha než pixelům vnitřním. Navíc byla jedna rekonstrukce provedena na mřížce s oříznutými vnějšími pixely.

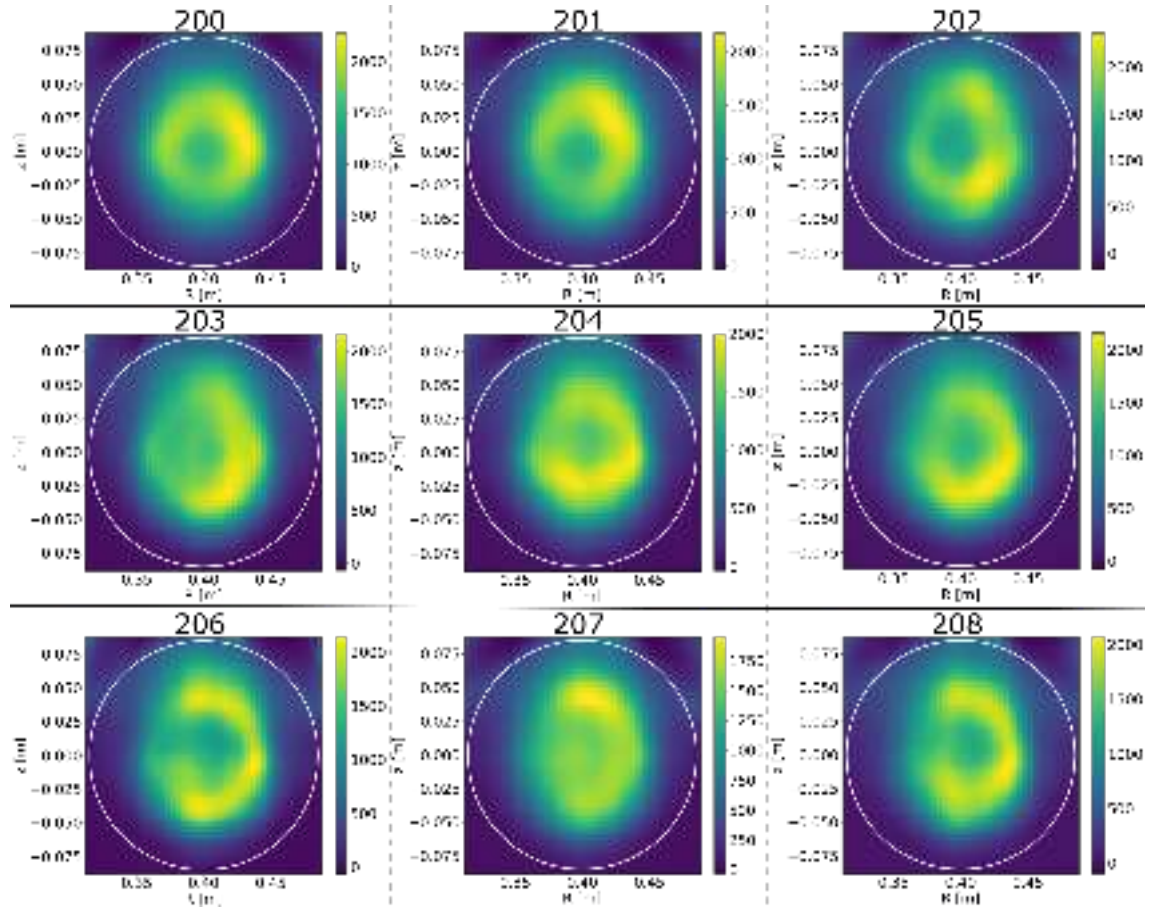
5.4 Výsledky

Bylo provedeno několik tomografických rekonstrukcí profilů emisivity plazmatu v tokamaku GOLEM.

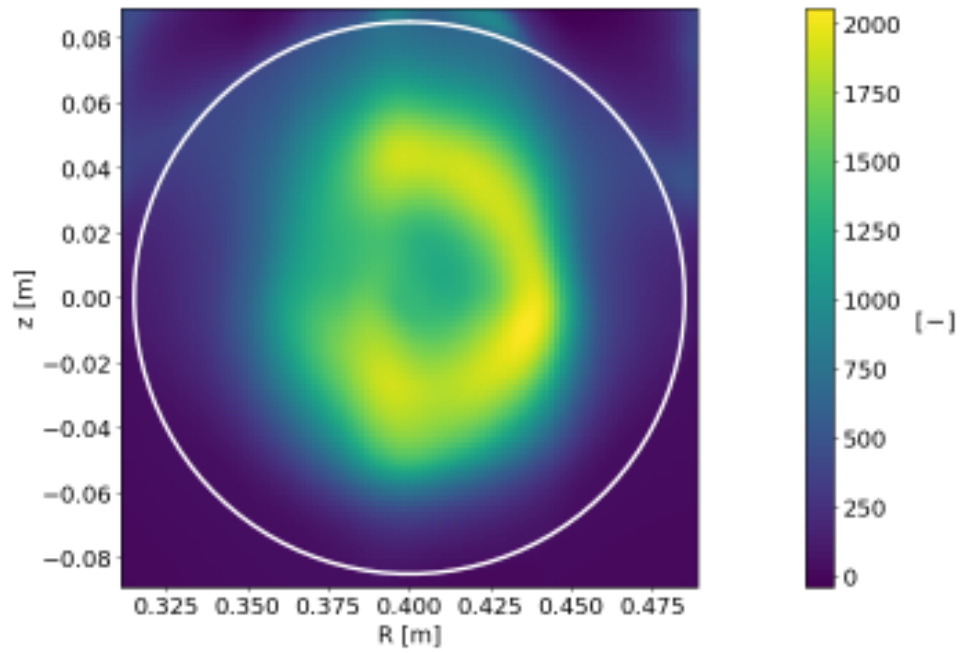
Nejprve byly provedeny rekonstrukce pouze z dat z jedné řady detektorů každé kamery. Na Obr. 5.2 je zobrazeno několik zrekonstruovaných profilů emisivity pro několik po sobě jdoucích párů snímků (č. 200 až 208) pro jednotné parametry rekonstrukce. Rekonstrukce probíhala na mřížce 51×51 pixelů. Chyby měření byly odhadnuty podle (5.1) pro $a = 0,05$, $b = 17$. Pro anizotropii vyhlazování dle (2.17) byl použit parametr $\eta = 2$.

Z posledního páru snímků z předchozího výběru (č. 208) byly provedeny tomografické rekonstrukce na mřížce 100×100 pixelů pro různé odhady chyb a různý parametr anizotropie vyhlazování η . Ty jsou zobrazeny na Obr. 5.3, 5.4, 5.5, 5.6. Také byla provedena jedna rekonstrukce na mřížce 100×100 pixelů s oříznutými vnějšími pixely a za uvažování magnetických povrchů se středem posunutým mimo střed komory o 2,5 cm ve směru kladného R . Ta je zobrazena na Obr. 5.7.

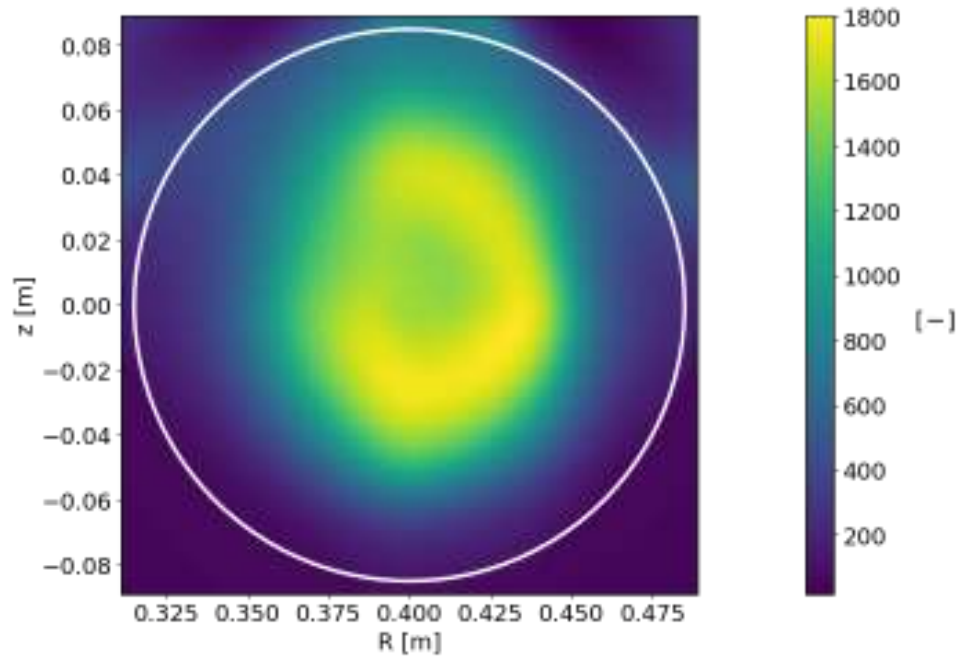
Za použití dat ze všech snímajících detektorů ze snímku č. 208 byla provedena tomografická rekonstrukce na mřížce 100×100 pixelů pro parametry $a = 0,05$, $b = 17$ a $\eta = 2$. Ta je zobrazena na Obr. 5.8.



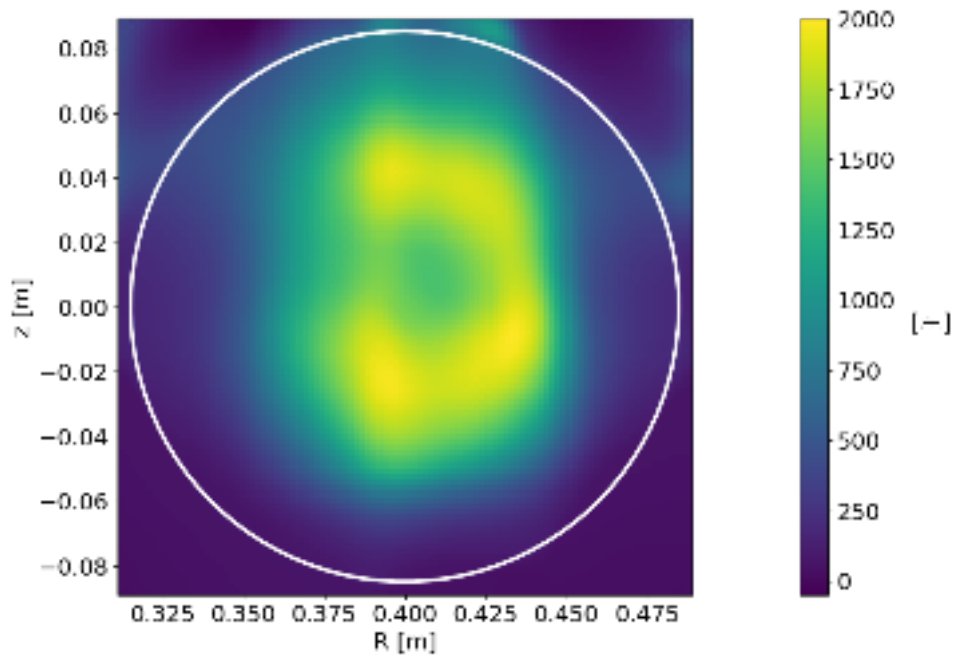
Obrázek 5.2: Tomografické rekonstrukce emisivity viditelného záření na mřížce 51×51 pixelů pro páry snímků č. 200 až 208. Čísla párů snímků jsou uvedena nad tomografickými rekonstrukcemi. Bíle je vyznačen okraj plazmatu určený limiterem. Chyby dat byly vypočteny dle (5.1) pro $a = 0,05$, $b = 17$. Pro anizotropii vyhlazování dle (2.17) byl použit parametr $\eta = 2$. Hustota emisivity je udávána v arbitrárních jednotkách.



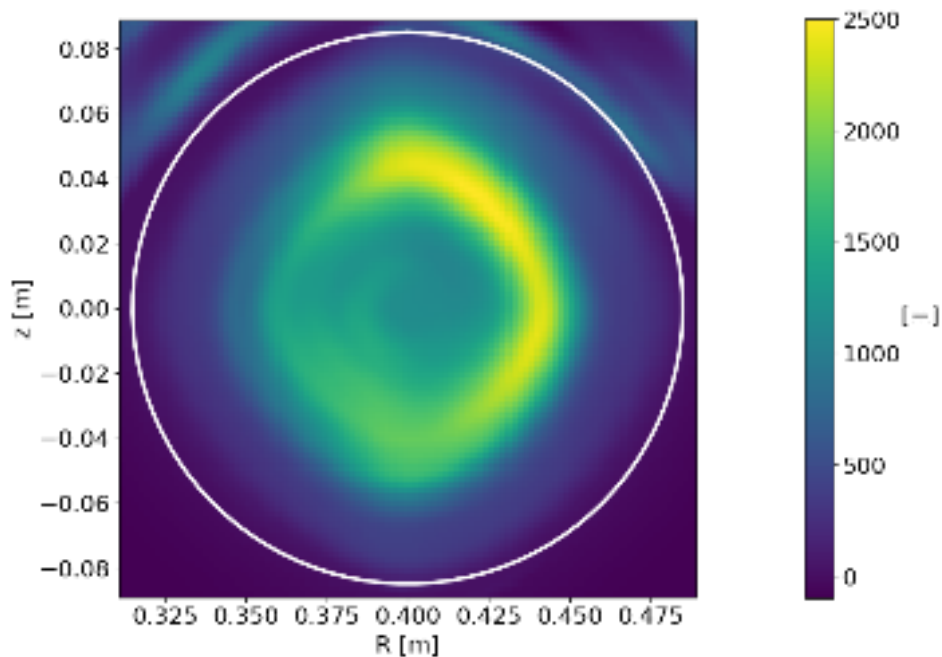
Obrázek 5.3: Tomografická rekonstrukce emisivity viditelného záření na mřížce 100×100 pixelů pro dvojici snímků č. 208. Parametry $a = 0,05$, $b = 17$, $\eta = 2$. Hustota emisivity je udávána v arbitrárních jednotkách. Poslední hodnota $\chi^2 = 0,9942$ podle (2.4).



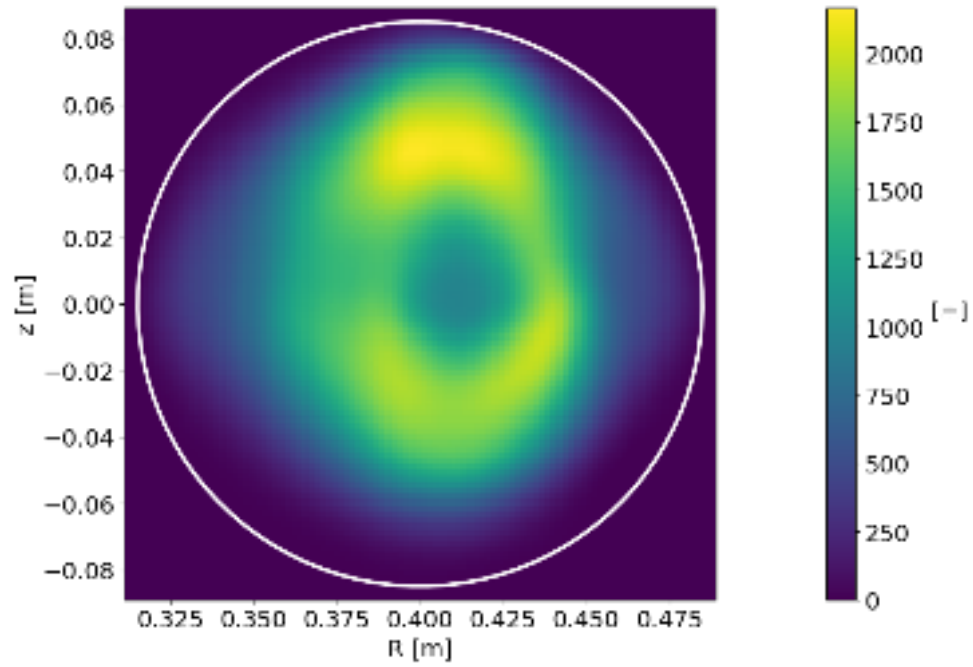
Obrázek 5.4: Tomografická rekonstrukce emisivity viditelného záření na mřížce 100×100 pixelů pro dvojici snímků č. 208. Parametry $a = 0,04$, $b = 20$, $\eta = 2$. Hustota emisivity je udávána v arbitrárních jednotkách. Poslední hodnota $\chi^2 = 1,0844$ podle (2.4).



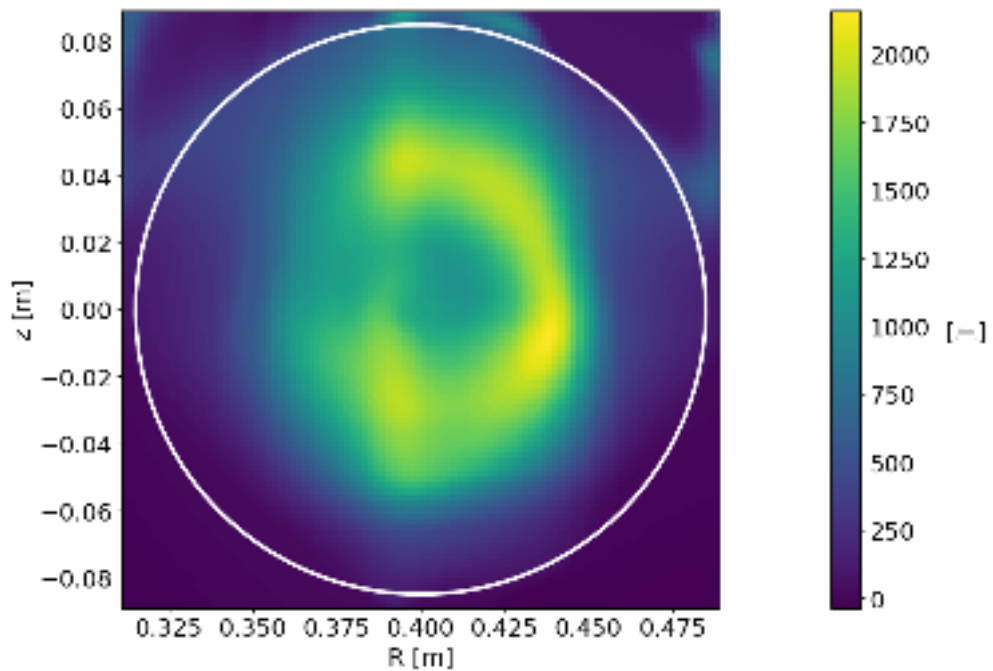
Obrázek 5.5: Tomografická rekonstrukce emisivity viditelného záření na mřížce 100×100 pixelů pro dvojici snímků č. 208. Parametry $a = 0,05$, $b = 17$, $\eta = 1$. Hustota emisivity je udávána v arbitrárních jednotkách. Poslední hodnota $\chi^2 = 0,9958$ podle (2.4).



Obrázek 5.6: Tomografická rekonstrukce emisivity viditelného záření na mřížce 100×100 pixelů pro dvojici snímků č. 208. Parametry $a = 0,05$, $b = 17$, $\eta = 10$. Hustota emisivity je udávána v arbitrárních jednotkách. Poslední hodnota $\chi^2 = 1,0176$ podle (2.4).



Obrázek 5.7: Tomografická rekonstrukce emisivity viditelného záření na mřížce 100×100 pixelů s oříznutými vnějšími pixely pro dvojici snímků č. 208. Parametry $a = 0,05$, $b = 17$, $\eta = 2$. Střed magnetických povrchů posunut o 2,5 cm směrem k low field side. Hustota emisivity je udávána v arbitrárních jednotkách. Poslední hodnota $\chi^2 = 0,9901$ podle (2.4).



Obrázek 5.8: Tomografická rekonstrukce emisivity viditelného záření na mřížce 100×100 pixelů pro dvojici snímků č. 208. Parametry $a = 0,05$, $b = 17$, $\eta = 2$. Hustota emisivity je udávána v arbitrárních jednotkách. Poslední hodnota $\chi^2 = 0,9147$ podle (2.4).

5.5 Diskuze

Byla implementována tomografická rekonstrukce profilu emisivity viditelného záření plazmatu pomocí algoritmu MFR na tokamaku GOLEM pomocí dvou rychlých kamer s kolmým pohledem do plazmatu. Tomografie byla otestována na experimentálních datech.

Oproti poslední implementaci tomografie na tokamaku GOLEM [7] je dosahováno stejného či vyššího prostorového i časového rozlišení i při použití kamer jako lineárních detektorů.

Výsledné tomografické rekonstrukce mají tvar očekávaný vzhledem k teorii ohledně vyzařování tokamakového plazmatu. Výsledný profil emisivity byl často úspěšně určen jako „dutý“, tj. vyzařování ve viditelném spektru je silnější na okraji plazmatu než v jeho středu.

Série několika rekonstrukcí z po sobě jdoucích dvojic snímků na Obr. 5.2 ukazuje, že výsledky tomografie se v čase často liší pouze málo. Toho by mohlo být využito pro rychlejší a v čase souvislejší výpočet tomografie použitím výsledku z předchozí dvojice snímků jako počátečního odhadu pro rekonstrukci z dvojice následující, jak bylo navrženo v [9].

Tomografická rekonstrukce na Obr. 5.3 ukazuje, že volba vyššího rozlišení rekonstrukční mřížky výrazně nemění výslednou rekonstrukci oproti poslednímu profilu na Obr. 5.2 alespoň pro případ takto hladkého profilu. Počet pixelů mřížky ovlivňuje rychlost výpočtu rekonstrukce, a proto je při volbě jejího rozlišení potřeba vážit potřebné rozlišení vzhledem ke zkoumaným jevům a dostupný čas.

Obdobně jako při testování tomografie v PlasmaLab se i zde silně na rekonstrukci projevoval odhad chyb měření detektory. Tomografické rekonstrukce na Obr. 5.3 a Obr. 5.4 jsou znatelně rozdílné pouze na základě mírně rozdílného odhadu chyb měření detektorů kamery. Rekonstrukce na Obr. 5.4 se jeví jako až příliš hladká a plochá. Pro zlepšení výsledků a případně budoucí rutinní používání tomografie na tokamaku GOLEM by tak bylo vhodné najít věrohodnější postup pro určení chyb měření, např. za použití simulací Monte Carlo.

Vliv míry anizotropie vyhlazování podél magnetických povrchů byl otestován na rekonstrukcích zobrazených na Obr. 5.5, 5.3, 5.6, pro které byly voleny parametry anizotropie $\eta = 1; 2; 10$ pro (2.17). Rekonstrukce pro $\eta = 1$ byla vytvořena za dosažení hodnoty $|\chi^2 - 1| = 0,0042$, pro $\eta = 2$ za dosažení $|\chi^2 - 1| = 0,0058$ a pro $\eta = 10$ za dosažení $|\chi^2 - 1| = 0,0844$. Na základě toho by bylo možné rekonstrukci pro $\eta = 10$ považovat za nejméně důvěryhodou z těchto vybraných. Také vzhledově se výsledky pro $\eta = 1; 2$ jeví intuitivně jako lepší. Bylo by vhodné formálněji určit hodnotu parametru η pro další používání tomografie.

Dvě použité metody vybírání dat nevedly k výrazně rozdílným výsledkům. Způsob vybírání dat pouze z jedné řady na každé kameře urychluje výpočet tomografické úlohy, tudíž může být v budoucnu využit např. pro automatické použití tomografie nebo pro určování polohy plazmatu. Také je při tomto způsobu výrazně rychlejší výpočet geometrické matice, což může být užitečné např. pro zběžnou kontrolu

výsledků po provedení nové geometrické kalibrace. Druhý způsob, používající data ze všech snímajících detektorů, naopak výrazně prodlužuje výpočet geometrické matice, což nevádí pro běžné použití uvažující stálou polohu kamer a jejich pozorovacích linií, kdy stačí geometrickou matici vypočítat pouze jednou. Dále je tento způsob zřejmě vhodnější pro využití tomografie vyžadující vyšší prostorové rozlišení, jelikož lépe pokrývá pozorovacími liniemi objem komory tokamaku.

Jako významný zdroj chyb tomografické rekonstrukce jsou očekávány chyby geometrické kalibrace kamer způsobené nepřesným změřením poloh kamer vůči sobě a komoře tokamaku. Použití přesnější metody zaměření těchto poloh, např. fotogrammetrie, by bylo přínosné pro zpřesnění tomografických výsledků.

Způsob aproximace tvaru magnetických povrchů použitého pro anizotropní vyhlazování by bylo dále možné vylepšit zahrnutím poznatků z fyziky plazmatu, např. Šafranovova posuvu, nebo použitím odhadu pozice středu plazmatu. Na rekonstrukci na Obr. 5.7 uvažující magnetické povrchy se středem posunutým o zběžně odhadnutou vzdálenost byly zjevné pozitivní výsledky na tvar profilu emisivity. To může být vysvětleno právě vlivem Šafranovova posuvu, nebo případně také chybou v geometrické kalibraci kamer.

Další možné zlepšení výsledků by se nabízelo přesnějším výpočtem geometrické matice, např. započtením nenulového prostorového úhlu chord. Dále by bylo možné zahrnout do řešení odečítání odrazů od stěn tokamaku, případně stínění některých pozorovacích linií na portech.

Závěr

Cílem této práce byla implementace tomografie viditelného záření na tokamak GOLEM za použití dat ze dvou rychlých kamer snímajících jednu poloidální rovinu ze dvou kolmých směrů. Byl použit tomografický algoritmus Tichonovy regularizace s minimalizací Fisherovy informace.

První kapitolou byla shrnuta teoretická stránka vyzařování tokamakového plazmatu ve viditelné oblasti spektra. Na základě různých procesů, kterými je emitováno viditelné záření, byly odlišeny a představeny tři kategorie záření, konkrétně cyklotronové a synchrotronové záření, brzdné a rekombinační záření, a záření charakteristické. Zároveň také byly zmíněny některé jevy ovlivňující vyzařování a některá jejich využití pro diagnostiku plazmatu.

Ve druhé kapitole byla přiblížena diagnostická metoda tomografie na tokamacích. Byla zformulována tomografická úloha a následně byly představeny některé metody jejího řešení. Pozornost byla věnována hlavně algoritmu Tichonovy regularizace s minimalizací Fisherovy informace (MFR) a jeho konkrétní použité implementaci v rámci balíčku Tomotok.

Třetí kapitola se zabývala kalibrací čočky a geometrickou kalibrací kamer v přípravě na jejich použití pro tomografii. Byl popsán teoretický základ modelu kamery zahrnujícího zkreslení obrazu a na jeho základě spočívající princip kalibrace čočky. Krátce byly popsány technické specifikace použitých kamer. Na závěr byl popsán postup kalibrace kamer kombinující kalibraci za použití referenční 3D scény se samostatným zaměřením polohy kamer při konfiguraci na tokamaku i mimo něj.

Testování kalibrace kamer a tomografického algoritmu MFR provedené v laboratoři PlasmaLab bylo popsáno ve čtvrté kapitole. Test byl proveden na známém profilu emisivity tvořeném soustavou výbojek při konfiguraci kamer podobné jejich konfiguraci na tokamaku. Otestování tomografie bylo i vzhledem k nestandardnímu využití algoritmu považováno za úspěšné. Výsledky poukázaly na několik problémů očekávatelných i při použití tomografie na tokamaku.

Pátá kapitola se zabývala samotnou implementací tomografie na tokamaku GOLEM. Tomograficky byla zpracována experimentální data z kamer za použití různých parametrů ovlivňujících výslednou rekonstrukci. Pro další používání tomografie na tokamaku jako standardní diagnostiky bylo identifikováno několik míst zásadních pro zlepšení produkovaných výsledků. Těmi jsou zaměřením polohy kamer na komoře tokamaku, odhad tvaru magnetických povrchů, určení hodnoty parametru anizotropie vyhlazování a metoda odhadu chyb měření.

Tato práce tak pomohla připravit možnost využití tomografie viditelného záření pro vzdělávání i výzkum na tokamaku GOLEM.

Literatura

- [1] INGESSON, L. C. *Visible-light tomography of tokamak plasmas*. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven., 1995. ISBN 90-386-0117-4.
- [2] HUTCHINSON, I. H. *Principles of plasma diagnostics*. 2nd edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. ISBN 978-0-521-67574-1.
- [3] DIVER, D. *A Plasma Formulary for Physics, Technology and Astrophysics*. 2nd edition. Wiley-VCH, 2013. ISBN 978-3527411993.
- [4] ANTON, M. et al. X-ray tomography on the TCV tokamak. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 1996, 38 (1849).
- [5] MLYNÁŘ, J. et al. Current Research into Applications of Tomography for Fusion Diagnostics. *Journal of Fusion Energy*. 2018, 38 (2019), 458–466.
- [6] ODSTRČIL, M. et al. Modern numerical methods for plasma tomography optimisation. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A*. 2012, (686), 156-161.
- [7] ODSTRČIL, T. et al. Low cost alternative of high speed visible light camera for tokamak experiments. *Review of Scientific Instruments*. 2012, 83 (10). ISSN 0034-6748.
- [8] MLYNAR, J, S. CODA, A. DEGELING, et al. Investigation of the consistency of magnetic and soft x-ray plasma position measurements on TCV by means of a rapid tomographic inversion algorithm. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2003, s. 169-180. ISSN 0741-3335.
- [9] LOFFELMANN, V., J. MLYNAR, M. IMRISEK, D. MAZON, A. JARDIN, V. WEINZETTL a M. HRON. Minimum Fisher Tikhonov Regularization Adapted to Real-Time Tomography. *Fusion Science and Technology*. 2017, 69(2), 505-513. ISSN 1536-1055.
- [10] SVOBODA, J. et al. Tomotok: Python package for tomography of tokamak plasma radiation. *Journal of Instrumentation*. 2021, 16 (C12015)
- [11] WENG, J., P. COHEN a M. HERNIOU. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1992, 14 (10), 965-980. ISSN 01628828.

- [12] SILBURN, S. et al. *Calcam*, 2.8.3, [software]. Zenodo, 2022.
Dostupné z: <https://doi.org/10.5281/zenodo.6405602>
- [13] Photron Europe Limited. *Product Datasheet Mini UX Fastcam series by Photron*, [online]. 2021. [cit. 2022-06-27] Dostupné z:
<https://photron.com/wp-content/uploads/2021/08/Mini-UX-2021.pdf>