

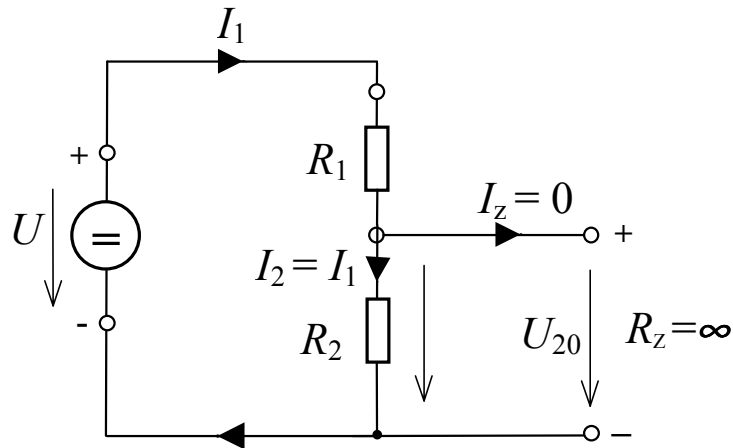
1 ODPOROVÉ DĚLIČE NAPĚTÍ

Určeno pro posluchače bakalářských studijních programů FS

Ing. Vítězslav Stýskala, Ph.D., K452, listopad 2001

Používají se tam, kde je potřeba menší napětí, než je napětí zdroje. Jsou zpravidla tvořeny dvěma rezistory (R_1, R_2) zapojenými do série ke svorkám zdroje, např. dle obr. č. 1 nebo a. 2.

a) Nezatížený dělič napětí – z odbočky není odebrán proud zátěží R_z ($R_z = \infty \Rightarrow R_z = 0$).



Obr. č. 1 – Principiální zapojení nezatíženého děliče napětí

Napětí na výstupu nezatíženého děliče (napětí naprázdno) je rovno úbytku napětí na rezistoru R_2 , protékaného proudem I_2 , resp. I_1 .

$$U_{20} = R_2 \cdot I_2 = R_2 \cdot I_1 \quad , \quad \text{kde}$$

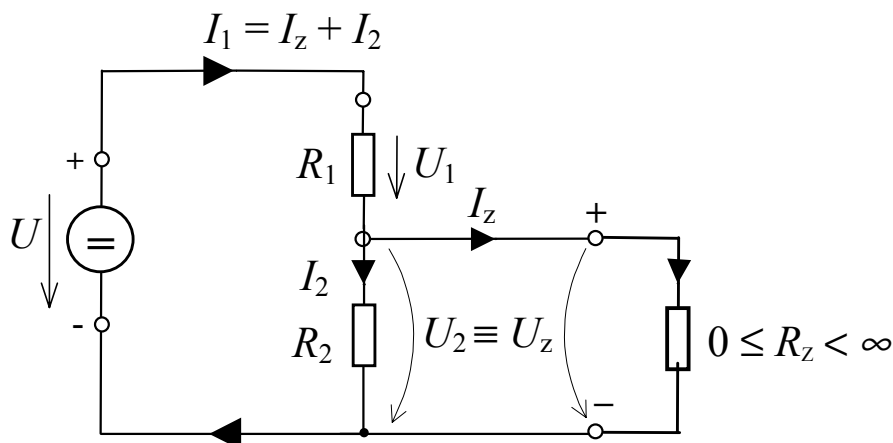
$$I_2 = I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2} .$$

Dosazením lze vyjádřit upravený vztah

$$U_{20} = R_2 \cdot \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U = a_0 \cdot U \quad , \quad \text{kde parametr } a_0 \in < 0, 1 >$$

a udává *dělicí poměr* napětí děliče.

b) Rezistorem zatížený dělič napětí – z odbočky je odebrán proud zátěží ($0 \leq R_z < \infty \Rightarrow I_z > 0$).



Obr. č. 2 – Zapojení zatíženého děliče

Výstupní napětí U_2 proudem I_z zatíženého děliče, je totožné s úbytkem napětí na paralelním spojení rezistoru R_2 s R_z .

$$U_z = U_2 = (R_2 // R_z) \cdot I_1 = \left(\frac{R_2 \cdot R_z}{R_z + R_2} \right) \cdot I_1,$$

kde proud, který vytvoří tento úbytek je také proudem odebíraným ze zdroje

$$I_1 = \frac{U}{R_v} = \frac{U}{R_1 + (R_2 // R_z)} = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_z}{R_z + R_2}}.$$

Po dosazení je napětí na odbočce

$$U_2 = \frac{R_2 \cdot R_z}{R_z + R_2} \cdot \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_z}{R_z + R_2}} = \frac{R_2 \cdot R_z}{R_z \cdot R_2 + (R_z + R_2) \cdot R_1} \cdot U = \frac{1}{1 + \left(\frac{R_z + R_2}{R_z \cdot R_2} \right) \cdot R_1} \cdot U = a_z \cdot U$$

kde parametr a_z je *zátěžný dělicí poměr* závislý nejenom na velikosti R_1 , R_2 , ale také na velikosti R_z .

Proud zátěží je dán vztahem

$$I_z = \frac{U_2}{R_z} = \frac{U_z}{R_z} = \frac{R_2 \cdot R_z}{R_z \cdot R_2 + (R_z + R_2) \cdot R_1} \cdot U \cdot \frac{1}{R_z} = \frac{R_2 \cdot U}{R_z \cdot R_2 + (R_z + R_2) \cdot R_1},$$

proud rezistorem R_2 obdobně

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_z}{R_2} = \frac{R_2 \cdot R_z}{R_z \cdot R_2 + (R_z + R_2) \cdot R_1} \cdot U \cdot \frac{1}{R_2} = \frac{R_z \cdot U}{R_z \cdot R_2 + (R_z + R_2) \cdot R_1}.$$

Proud odebíraný ze zdroje je dle I. K. z. dán součtem proudů tekoucích přes rezistor R_2 a zátěží.

$$I_1 = I_2 + I_z$$

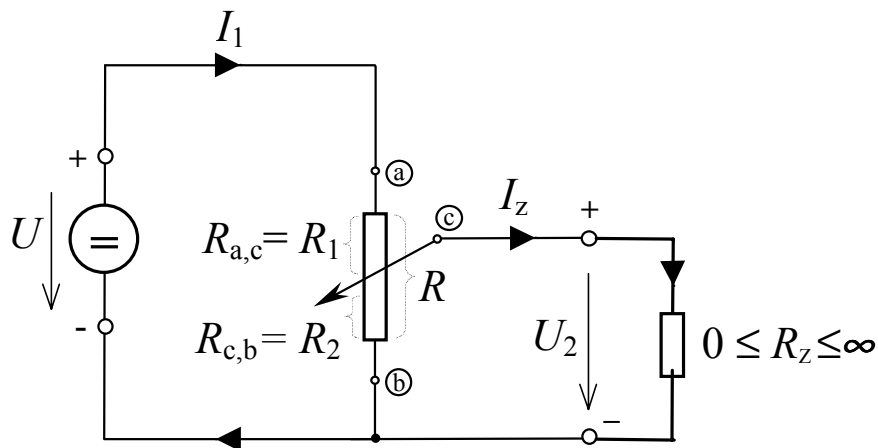
$$I_1 = \frac{R_z \cdot U}{R_z \cdot R_2 + (R_z + R_2) \cdot R_1} + \frac{R_2 \cdot U}{R_z \cdot R_2 + (R_z + R_2) \cdot R_1} =$$

$$= \frac{(R_z + R_2) \cdot U}{R_z \cdot R_2 + (R_z + R_2) \cdot R_1} = \frac{1}{R_1 + \left(\frac{R_z \cdot R_2}{R_z + R_2} \right)} \cdot U$$

a) Princip potenciometru (řízení napětí potenciometrem)

Ke spojitému řízení napětí lze použít *potenciometr*, zapojený jako dělič napětí, viz. obr. a. 3.

Napětí mezi uzlem **a)** a běžcem **a)** lze měnit v rozsahu $0 \div U$ podle aktuální polohy dělicího běžce.



Obr. č. 3 – Zapojení potenciometru

Pro výstupní napětí nezatíženého napětí nezatíženého potenciometru platí

$$U_{20} = U_{c,b} = \frac{R_{c,b}}{R_{a,b}} \cdot U = a_0 \cdot U,$$

kde a_0 je dělicí poměr nezatíženého potenciometru.

U spotřebičem s odporem R_z zatíženého potenciometru platí pro jeho výstupní napětí analogický vztah jako v případě 2b).

$$U_2 = U_{c,b} = \frac{R_{c,b} \cdot R_z}{R_z \cdot R_{c,b} + (R_z + R_{c,b}) \cdot R_{a,c}} \cdot U = \frac{R_2 \cdot R_z}{R_z \cdot R + R_1 \cdot R_2} \cdot U,$$

kde

$$R = R_1 + R_2.$$

Výstupní napětí potenciometrického děliče zatíženého proudem R_z určíme také ze vztahu

$$U_z = U_2 = U_{c,b} = \frac{R_2 \cdot (U - I_1 \cdot R_1)}{R}.$$

Zatěžovací proud je

$$I_z = \frac{R_2}{R_z \cdot R + R_1 \cdot R_2} \cdot U$$

Při všech způsobech řízení napětí *nezatíženými* potenciometry se spotřebovává elektrická energie

$$W_0 = \frac{1}{T} \int_0^T (R_{a,c} + R_{c,b}) \cdot i(t)^2 \cdot dt \quad \text{pro střídavý proud}$$

a $W_0 = (R_{a,c} + R_{c,b}) \cdot I_1^2 \cdot t$ pro stejnosměrný proud,

která se i v případě zatížení spotřebičem *odporového charakteru* celá mění v Jouleovo teplo a určí se pomocí vztahů

$$W = \frac{1}{T} \int_0^T \left(R_{a,c} + \frac{R_{c,b} \cdot R_z}{R_{c,b} + R_z} \right) \cdot i(t)^2 \cdot dt \quad \text{pro střídavý proud}$$

$$\text{a} \quad W = \left(R_{a,c} + \frac{R_{c,b} \cdot R_z}{R_{c,b} + R_z} \right) \cdot I_1^2 \cdot t \quad \text{pro stejnosměrný proud,}$$

Potenciometrů se používá z důvodů ztrát nejčastěji jen tam, kde se jedná o malé výkony, nebo jen pro krátkodobá použití.

Je-li předepsán dovolený úbytek napětí $\Delta u \%$, potom pro dané zatížení lze vypočítat odpor děliče ze vztahu

$$R = 2 \cdot \frac{U}{I_1} \cdot \frac{\Delta u \%}{100}$$

a pro optimalizaci energetických ztrát se navrhuje potenciometr tak, aby pro jeho odpor platilo

$$R = R_{a,b} \leq R_z$$

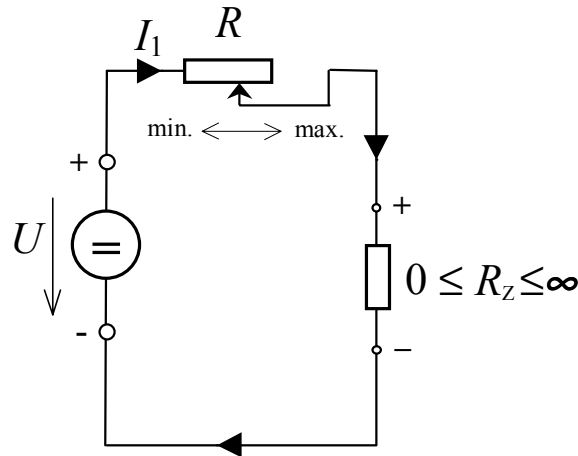
d) Princip reostatu (řízení proudu reostatem)

Proud obvodem lze řídit reostatem s odporem R . Je zapojen do série se spotřebičem, jehož proud má být řízen (např. spotřebičem odporového charakteru s odporem R_z), viz. zapojení na obr. č. 4.

Proud je dán O. z.

$$I = \frac{U}{R_z + R}$$

Bude-li se odpor R zmenšovat, bude se proud obvodem zvětšovat a naopak. Bude-li zcela vyřazen ($R = 0$), je proud nepřímo úměrný jen velikosti odporu zátěžného rezistoru R_z .



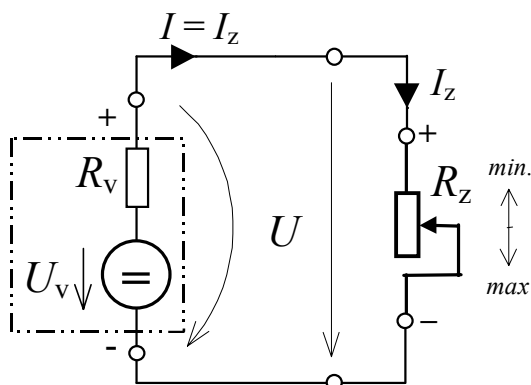
Obr. č. 4 – Zapojení reostatu

Pozn.

Poznátky získané při studiu problematiky odporových děličů stejnosměrných napětí a proudů, lze úspěšně aplikovat i pro studium střídavých obvodů s libovolným charakterem impedance zátěže – spotřebiče.

PŘENOS ENERGIE ZE ZDROJE DO SPOTŘEBIČE

Jednoduchý obvod na obr. č. 1 znázorňuje příklad spojení proměnného zatěžovacího rezistoru R_z (reostatu ve funkci zatěžovacího rezistoru) s reálným zdrojem napětí, sestávajícího se z ideálního - bezztrátového napěťového zdroje s napětím U_v a vnitřního odporu zdroje R_v . Předpokladem následné úspěšné analýzy problému je podmínka, že jak elektromotorické napětí (EMS), tak i R_v nezávisí na zatěžovacím proudu obvodem ($U_v, R_v = \text{konst.}$). To u reálných zdrojů platí jen v omezeném intervalu hodnot zatěžovacího proudu, především v pracovní oblasti.

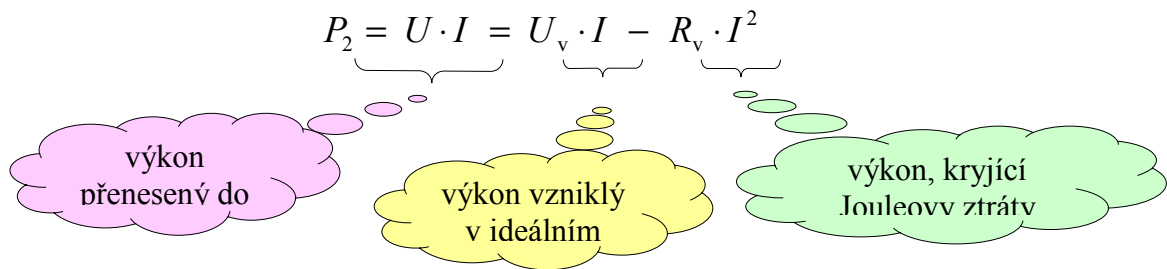


Svorkové napětí zdroje je rovno dle II. K. z. úbytku napětí na svorkách zatěžovacího rezistoru (vliv odporu spojovacího vedení předpokládáme zanedbatelný!).

$$U = U_v - R_v \cdot I$$

Následná rovnice výkonové rovnováhy vznikne vynásobením proudem obvodu

Obr.č. 1 – K přenosu energie ze zdroje do spotřebiče



Podmínky, při kterých je výkon přenášený z ideálního zdroje do spotřebiče s proměnnou velikostí odporu R_z určíme vyhledáním lokálního extrému funkce $P_2 = f(I)$ tak, že její první derivaci položíme rovnu nule

$$\frac{dP_2}{dI} = U_v - 2 \cdot R_v \cdot I = 0,$$

maximum přeneseného výkonu $P_{2(M)}$ je při proudu

$$I = \frac{U_v}{2 \cdot R_v}.$$

Porovnáním vztahu se zapojením dle schématu, dospějeme k názoru, že přenesený výkon do spotřebiče je maximální tehdy, rovnají-li se hodnoty vnitřního odporu R_v a R_z neboť

$$2 \cdot R_v = R_v + R_z \Rightarrow R_z = R_v.$$

Pozn.

Vždy, když je při spojení aktivního a pasivního prvku splněna tato podmínka, hovoříme o výkonovém přizpůsobení spotřebiče a zdroje.

ÚČINNOST A ÚČINNOST PŘENOSU ENERGIE

Pro vyjádření efektivnosti činnosti zařízení se používá parametr *účinnost* η , t. j. poměr výkonu k příkonu, udávaný bezrozměrně nebo v procentech.

Účinnost přenosu energie ze zdroje do spotřebiče připojeného k jeho svorkám můžeme tedy určit z poměru

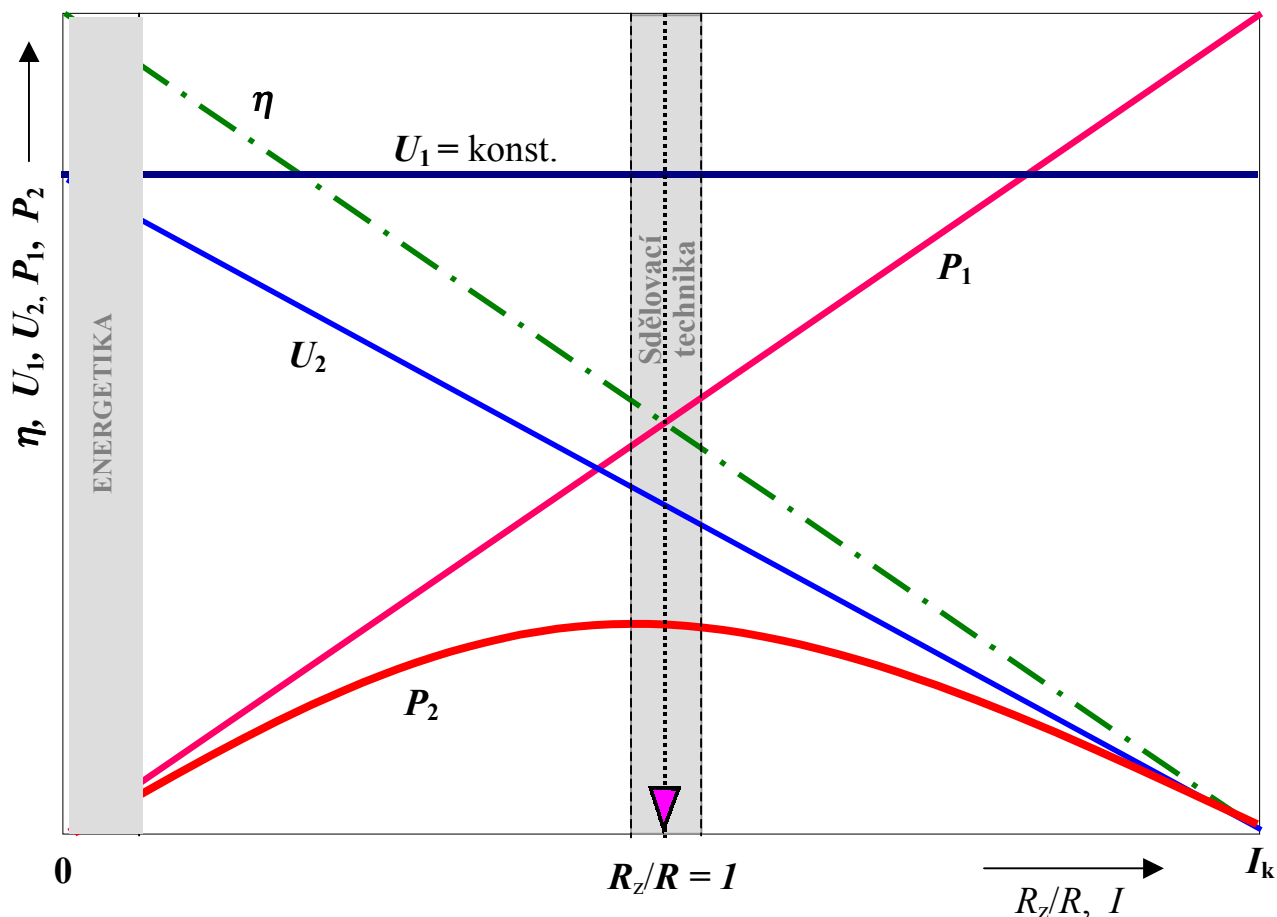
$$\eta = \frac{U_v \cdot I - R_v \cdot I^2}{U_v \cdot I} = 1 - \frac{R_v \cdot I}{U_v} = 1 - \frac{R_v}{\frac{U_v}{I}} = 1 - \frac{R_v}{R_z + R_v} = \frac{R_z}{R_z + R_v}$$

Při výkonovém přizpůsobení (při splnění podmínky $R_z = R_v = R$), je účinnost

$$\eta = \frac{R}{2 \cdot R} = 0,5 = 50 \% .$$

Tato malá hodnota účinnosti ($\leq 50\%$) je dána fyzikální podstatou reálného zdroje a tvorbou úbytku napětí na jeho vnitřním odporu úměrně zatěžovacímu proudu. Výkonová ztráta uvnitř zdroje je podstatná a i v neoptimálnějších případech výkonového přizpůsobení je stejně velká jako přenesený výkon do spotřebiče.

Z těchto důvodů se používá jen v těch případech, kdy je hodnota účinnosti druhořadá za prioritním maximálním přenosem energie do spotřebiče, např. ve sdělovacích zařízeních. Pro přenos energie v energetických zařízeních ($\eta \rightarrow 100\%$) je poměr $R_z/R_v \rightarrow \infty$.



Obr. č. 2 – Průběhy U_2 , P_1 , P_2 , a η při $U_1 = \text{konst.}$, v závislosti na zatěžovacím proudu I , resp. R_z/R_v

Průběhy úbytku napětí U_2 na spotřebiči R_z proměnné velikosti, výkonu zdroje P_1 , výkonu (příkonu) spotřebiče P_2 a účinnosti v závislosti na velikosti zátěžného proudu I , resp. poměru R_z/R_v , je na obr. č. 2, kde výkon má v souladu s předchozími vztahy parabolický

průběh, ostatní jsou závislosti lineární – přímkových průběhů. Vrchol paraboly (maximální přenesený výkon P_2) nastává při rovnosti vnitřního a zátěžného odporu a pro tento bod je roven přesně polovině výkonu zdroje P_1 . Účinnost, která udává efekt přenosu je přitom max. 50 %.

Grafické znázornění na obr. č. 2 vyznačuje oblast pracovních účinností přenosů dosahovaných u energetických zařízení a u sdělovací techniky.

2 PŘECHODOVÉ DĚJE

Ing. Vítězslav Stýskala, Ph.D, listopad - prosinec, 2001, určeno pro všechny fakulty

ÚVOD

Vzhledem ke skutečnosti, že nelze vyrobit vodič, který by měl jen odpor R a neměl i indukčnost L a kapacitu C , dochází v elektrických obvodech k *přechodovým jevům*.

Jedná se o děj, při němž obvod přechází z jednoho ustáleného stavu do jiného ustáleného stavu. Je podmíněn přítomností alespoň jednoho *akumulačního (setrvačného) prvku* energie v elektrickém obvodu. Počet druhů akumulačních prvků určuje řád přechodového děje. Je-li v obvodu jeden takový to prvek, jedná se o obvod 1. řádu a pod..V obvodech s oběma setrvačnými prvky L a C (obvody 2. řádu), může probíhat *přechodný děj kmitavý*.

Prvek obvodu schopný akumulace energie, brání okamžitému nárůstu nebo proudu obvodem, resp. napětí na jeho částech.

Přechodové děje mohou nastat zpravidla v těchto případech:

- když se mění napájení obvodu, tzn. buď se obvod připojuje ke zdroji, nebo se od zdroje odpojuje, případně se mění počet zdrojů elektrické energie nebo konfigurace jejich zapojení.
- když se mění (zpravidla nespojitě – skokově) hodnota některého z prvků obvodu (např. R , L , C , Z , Y) a to i na nulovou (*zkrat*), resp. ∞ velikost (*přerušeni*).

Všechny přechodové děje (i obecně) souvisejí se změnou proudu, tedy i změnou energie. Kdyby se měl proud obvodem měnit skokově, znamenalo by to, že i energie by se musela měnit skokovitě, tzn. za nekonečně krátký čas Δt o konečnou hodnotu energie Δw_m . Pro zdroj by to znamenalo, že by musel dodat, resp. přijmout nekonečně velký výkon, protože

$$p = \frac{dw_m}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta w_m}{\Delta t} \rightarrow \infty$$

a to není technicky možné. Z podobných důvodů nemohou nastat ani skokovité změny napětí v obvodu.

Skokovité změny obvodových veličin jsou možné pouze v obvodech s *nesetrvačnými prvky* – ideálními rezistory (technické rezistory s minimálními parazitními parametry v některých případech zaměňujeme za ideální).

V následujícím syllabu budou vysvětleny:

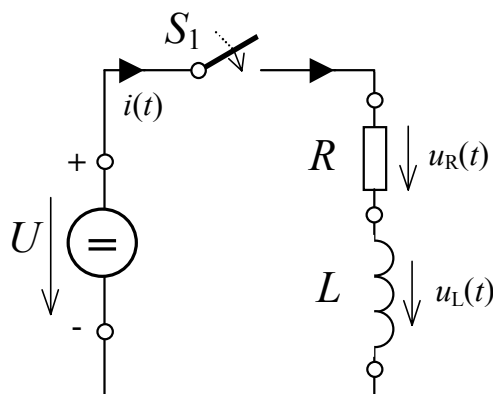
- a) ***R-L* sériový obvod** - připojení a odpojení ke zdroji stejnosměrného napětí
- b) ***R-C* sériový obvod** - připojení a odpojení ke zdroji stejnosměrného napětí
-
- c) ***R-L* obvod** - připojení ke zdroji střídavého harmonického napětí
3. část
-
- d) ***R-C* obvod** - připojení ke zdroji střídavého harmonického napětí
4. část
- e) **Nespojitá změna odporu rezistoru *R*** v *R-L* (sériovém) ve stejnosměrném obvodu
- f) **Sériový obvod *R-L-C*** (připojení obvodu ke zdroji stejnosměrného napětí, připojení obvodu ke zdroji harmonického napětí)

PŘECHODOVÉ DĚJE VE STEJNOSMĚRNÝCH (SS) LINEÁRNÍCH OBVODECH

1. OBVOD R – L

1. část

- a) Zapínání sériového *R - L* (viz. např. náhradní schéma „technické cívky“) obvodu ke zdroji ss napětí za předpokladu, že se napětí zdroje během děje nemění ... (*U* = konst.).



DLE II. K. z.

$$R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} = U.$$

Nehomogenní
lineární diferenciální
rovnice 1. řádu,
s konstantními
koeficienty, obsahuje
„zpožd'ovací člen“ -


Diferenciální rovnice se zpravidla sestává pro

veličinu, která se nemůže skokem měnit -
v tomto případě to je proud obvodem $i(t)$.

$$dt = L \cdot \frac{1}{U - R \cdot i(t)} di(t) \quad \text{a} \quad e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = K_1 \cdot [U - R \cdot i(t)] = e^{-\frac{1}{\delta} \cdot t}$$

Po sepnutí spínače S_1 , tj. v čase $t = 0$ je proud

$$i(t) = 0 \Rightarrow K_1 \cdot U = 1 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{U}$$

a dosadíme.  Pro ustálené řešení (stav) ke kterému obvod spěje, určíme na základě fyzikální úvahy závěr, že v ustáleném stavu vytváří **ideální induktor** pro časově neměnný - ss proud **zkrat** ($di(t)/dt \rightarrow 0 \Rightarrow u_L(t) = 0$).

$$\text{Pak} \quad e^{-\frac{t}{\delta}} = \frac{1}{U} \cdot [U - R \cdot i(t)] \Rightarrow i(t) = \frac{U}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\delta}}\right), \quad \text{což je okamžitá}$$

hodnota

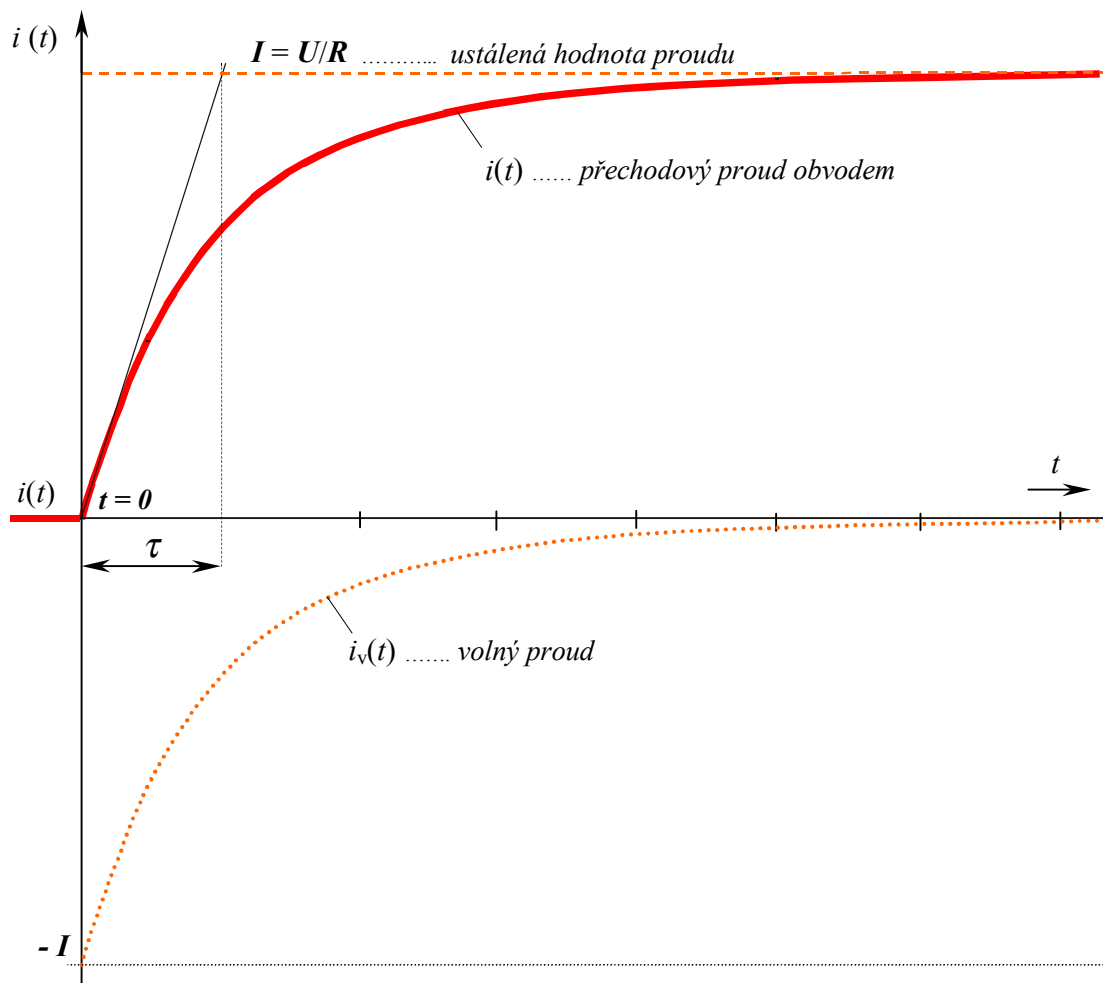
přechodového proudu. Výraz $\tau = \frac{L}{R}$ (s) je *časová konstanta obvodu* daná jeho parametry.

Vztah pro okamžitou hodnotu úbytku napětí na rezistoru je dán výrazem dle Ohmova zákona

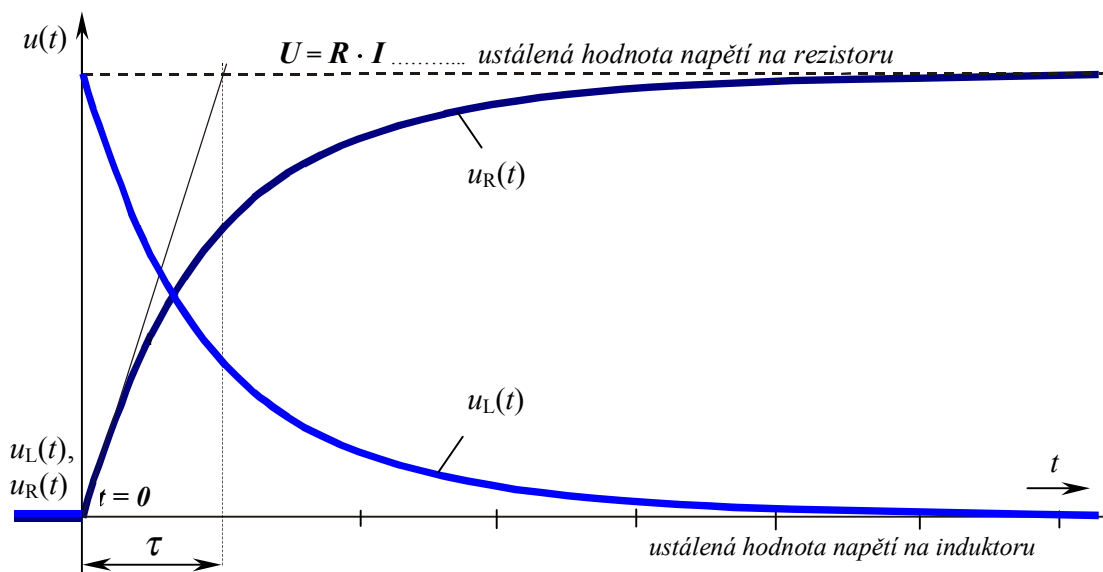
$$u_R(t) = R \cdot i(t) = U \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\delta}}\right),$$

pro úbytek napětí na induktoru časovou změnou proudu

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = U \cdot e^{-\frac{t}{\delta}}.$$



Obr. č. 2 - Časový průběh proudu obvodem $R - L$ po zapnutí



Obr. č. 3 - Časové průběhy napětí na rezistoru a induktoru v obvodu $R - L$ po zapnutí

Popis přechodového děje

Po připojení ke zdroji ss napětí U , nezačne obvodem protékat proud $i(t)$ okamžitě, brání tomu *vlastní indukce* induktoru. Proud roste z nulové hodnoty dle vztahu a ustálené hodnoty dosáhne teoreticky až za nekonečně dlouhou dobu.

Přechodový proud $i(t)$ podle výše uvedeného vztahu možno považovat za součet *ustáleného proudu* $i(\infty) = I = \frac{U}{R}$ a *volného proudu* $i_v(t) = -\frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

Tečna vedená ke křivce přechodového proudu v počátku má směrnici:

$$\left(\frac{di(t)}{dt} \right)_{t=0} = \left[\frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{U}{R} - \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]_{t=0} = \left[\left(-\frac{U}{R} \right) \cdot \left(\frac{1}{\tau} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right]_{t=0} = \frac{U}{R \cdot \tau} = \operatorname{tg} \alpha$$

Tečna vytne na přímkce ustáleného proudu ($I = U/R$) úsek rovný časové konstantě τ , jehož jednotka je určena následně

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{H}{\Omega} = \frac{V \cdot s}{A} \cdot \frac{A}{V} = s.$$

Napětí na induktoru v okamžiku připojení:

$$u_L(0) = L \cdot \left(\frac{di(t)}{dt} \right)_{t=0} = L \cdot \left(\frac{U}{R} \cdot \frac{1}{\tau} \right) = L \cdot \frac{U}{R} \cdot \frac{R}{L} = U \quad \text{a je rovno napětí zdroje a}$$

plně je kompenzuje, má však dle *Lenzova zákona* (*L. z.*) opačnou polaritu.

Indukované napětí $u_L(0)$ je v okamžiku zapnutí maximální a je rovno U , neboť je zde

největší změna proudu $\frac{di(t)}{dt}$, viz. obr. č. 1.

Přechodový proud $i(t)$ začíná nulou a např. za čas $t = \tau$ se zvětší na hodnotu

$$i(t = \tau) = i(\tau) = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} \cdot e^{-1} = I - 0,368 \cdot I = 0,6321 \cdot I.$$

Volný proud klesá z počáteční hodnoty $i_v(0) = -I$ na hodnotu

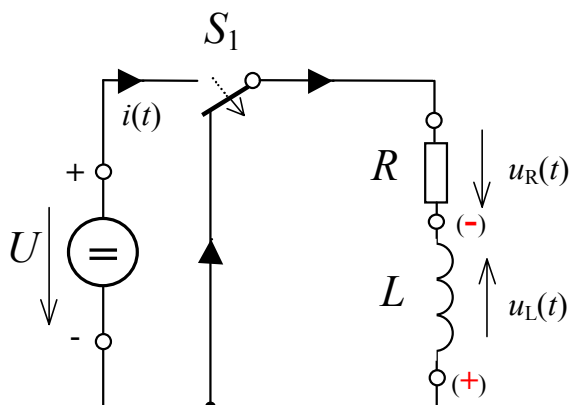
$$i_v(\tau) = -0,368 \cdot I.$$

V obou (ideálních) prvcích R, L jsou soustředěny odpory a indukčnosti všech částí obvodu, rozložení po celé jeho délce. Jedná se o obvod se soustředěnými parametry.

b) **Vypínání $R - L$ obvodu** (např. *technická cívka, která byla po určité době připojena ke zdroji a je odpojována od zdroje napětí a současně zkratována přes vlastní odpor R*)

Pro popis stavu úbytků napětí v obvodu platí (dle II. K. z.)

$$u_R(t) + u_L(t) = 0 ; \quad R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0,$$



Obr. č. 4 – R - L obvod po odpojení a zkratování přes R

následnou separací proměnných

$$-\frac{L}{R} \cdot \frac{di(t)}{i(t)} = dt \Rightarrow K \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}},$$

z počáteční podmínky pro

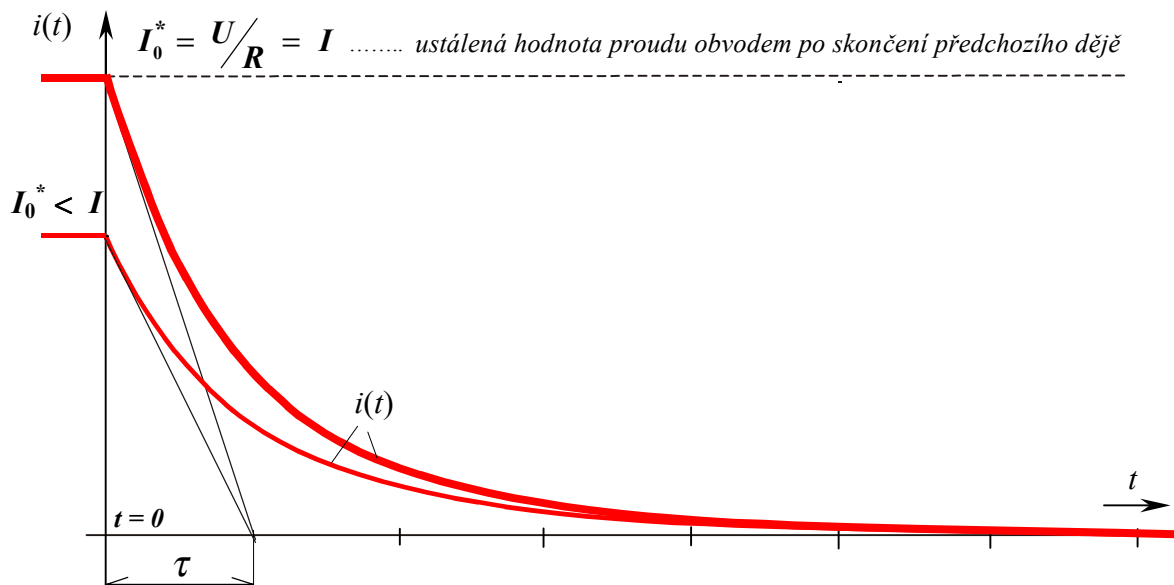
$$t = 0 \Rightarrow K_1 = I_0, \text{ dosazením pak}$$

$$i(t) = I_0^* \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ c ož je časová funkce}$$

proudu R - L obvodem po vypnutí, mající pouze volnou složku a kde velikost proudu I_0^* na počátku děje závisí na době trvání děje

předchozího. Pro ustálený předchozí děj, tj. pro $t \rightarrow \infty$ (v praxi pro časy $t \geq (5 \div 7)\tau$) platí, že

$$I_0^* = I = \frac{U}{R}.$$



Obr. č. 5 - Časové průběhy proudu obvodem R - L po vypnutí a současném zkratování přes R

Pro úbytky napětí na prvcích obvodu platí:

$$u_R(t) + u_L(t) = 0 \Rightarrow u_R(t) = -u_L(t)$$

$$u_R(t) = R \cdot i(t) = U^* \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{a} \quad u_L(t) = -U^* \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \text{kde } U^* \text{ je}$$

velikost

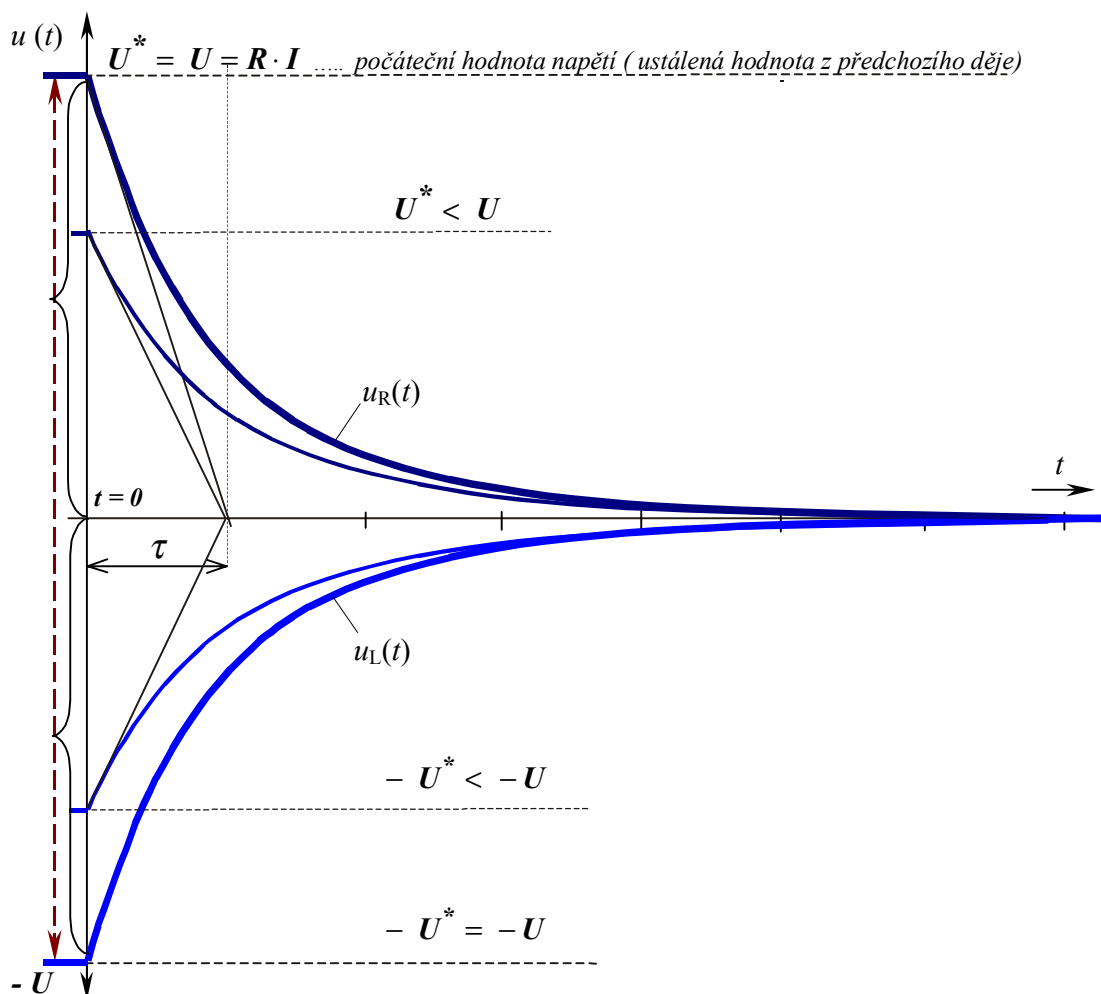
napětí, rovněž závislá na době trvání předchozího přechodového děje a jestliže předchozí děj trval dobu delší než $(5 \div 7)\tau$, je rovno napětí zdroje U . Pro časy kratší, jsou jeho hodnoty nižší.

👍 Přitom $u_L(t) < 0$, protože musí pro každý okamžik platit, že součet napětí v obvodu je roven 0.

Funkce obou napětí mají klesající charakter se stejnou počáteční hodnotou napětí i časovou

konstantou. V případě, že předchozí přechodový děj nebude ukončen teoreticky v ∞ , jsou počáteční

hodnoty napětí U^* nižší, avšak opět pro oba prvky vždy stejně velké. Časová konstanta obvodu tímto není předchozím stavem děje ovlivněna (je dána velikostí L a R) a proto zůstává pro daný obvod vždy stejná.



Obr. č. 6 - Časové průběhy napětí na rezistoru a induktoru v obvodu $R - L$ po vypnutí a současném zkratování přes R

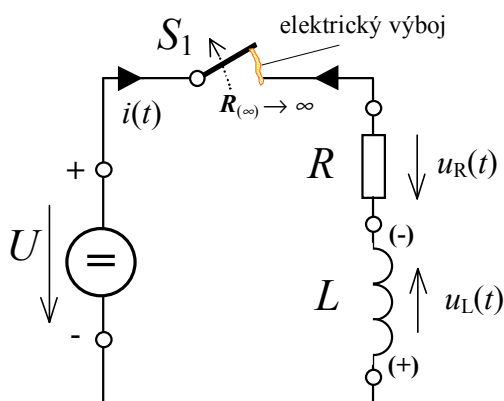
👍 **Induktor se během tohoto děje chová jako zdroj elektrické energie akumulované v magnetickém (EM) poli. Hodnota $u_L(t)$ způsobuje zapálení elektrického oblouku nebo nebezpečí destruktivního poškození polovodičových součástek elektrickým průrazem.**

c) Odpojení R - L obvodu od zdroje (např. přerušení proudu vypínačem)

Po přerušení proudu odpojením od zdroje, roste impedance vypínaného obvodu teoreticky až k ∞ (její odporová část R'), takže τ obvodu je

$$\tau = \lim_{R' \rightarrow \infty} \frac{L}{R'} \rightarrow 0, \quad \text{kde} \quad R' = R + R_{(\infty)}$$

je součet odporu R a nekonečně velkého odporu rozpojeného místa $R_{(\infty)}$, viz. obr. č. 7.



Obr. č. 7 – R - L obvod po odpojení od zdroje

Proud by měl okamžitě (za $\Delta t = 0$) klesnout na nulovou hodnotu a napětí na induktoru by mělo být:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta i(t)}{\Delta t} = \infty.$$

Elektrický výboj a následný průraz může nastat i na jiných nežádoucích místech s nejnižší izolační schopností, např. mezi závity vinutí a destruovat (nevratně poškodit) izolaci.

Takto vznikající přepětí lze omezit připojením paralelního vypínacího rezistoru R_p , nebo antiparalelně zapojenou polovodičovou diodou.

Velikost napětí na vypínacím rezistoru R_p je daná vztahem

$$U_{R_p} = \frac{R_p}{R} \cdot U$$

S poškozujícím přepětím se můžeme setkat např. při měření napětí v R - L obvodu paralelně připojeným voltmetrem, kde po přerušení proudu se vypínacím odporem stává vnitřní odpor voltmetru R_v , který má zpravidla právě velmi vysoké hodnoty (řádově $10^3 \div 10^6 \Omega$). Na svorkách voltmetru takto vzniklé přepětí by jej mechanicky poškodilo.

Energie v magnetickém (EM) poli elektrických ss obvodů.

Energie lineárních elektrických obvodů.

Jak je vidět výše, proud obvodem s indukčností nesleduje okamžitě rychlé změny napětí. Příčinou tohoto přechodového děje je *energie elektromagnetického (EM) pole* obvodu. Ta se nemůže měnit skokem a trvá určitou dobu než je do vznikajícího (u indukčnosti magnetického) pole dodána, resp. než se ze vznikajícího magnetického (EM) pole vrátí zpět do elektrického pole zdroje, příp. se promění nenávratně v Jouleovo teplo v rezistorových částech obvodu.

Obvod s indukčností se tedy brání změnám svého energetického stavu (viz. *L. z.*).

Při změně proudu se indukuje napětí na vlastní indukčnosti, snaží se udržet původní velikost proudu a tím i velikost magnetického toku Φ s ním spjatého. Jedná se o setrvačnost, jejíž mírou úměrnosti je časová konstanta τ . V praxi se jedná o všechny části elektrických přístrojů, elektrických strojů a zařízení, které jsou charakterizovány svým induktivním charakterem, tj. např. vinutí, indukční cívky, tlumivky apod..

Energetická bilance přechodového děje v obvodu $R - L$

a) **Stav po zapnutí** (předpokládáme, že v čase $t \leq 0$ je obvod bez energie, $i(0) = 0$)

Současně s měnícím se proudem $i(t)$ po zapnutí, vzniká i spjaté magnetické pole a akumuluje se v něm energie dodávána do obvodu zdrojem.

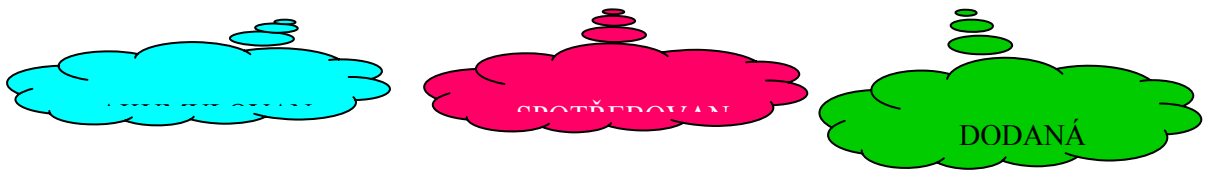
Platí-li pro tento obvod *rovnice energetické rovnováhy*:

pak
$$W = W_L + W_R, \quad \text{resp.} \quad dw = dw_L + dw_R,$$

$$L \cdot i(t) di + R \cdot i^2 dt = U \cdot i(t) dt$$

a energetická bilance od okamžiku zapnutí ($t = 0$) po libovolnou dobu t je

$$W_{R-L} = \underbrace{\int_0^i L \cdot i(t) di}_{\text{energie akumulovaná v mag. (EM) poli induktoru.}} + \underbrace{\int_0^t R \cdot i(t)^2 dt}_{\text{energie přeměněná v rezistoru v teplo (Jouleovy) ztráty}} = \underbrace{\int_0^t U \cdot i(t) dt}_{\text{energie dodaná do obvodu zdrojem}}$$



Energie nahromaděná za celou dobu přechodového děje v magnetickém poli (EM) induktoru je

$$W_{Q(L)} = L \cdot \int_0^{i(t)} di(t) dt = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2(t) \quad (J)$$

a pro ustálený proud $I = U/R = \text{konst.}$ pak platí

$$W_{Q(L)} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \quad (J)$$

Elektromagnetické děje, které se v R-L obvodu odehrávají se dějí již jen na úkor vnitřní energie obvodu, tj. na úkor energie magnetického (EM) pole induktoru. Ta se jak již bylo uvedeno výše, během přechodového děje postupně mění na *Joulovo teplo* v rezistoru R .

Děj je ukončený tehdy, když se celá energie magnetického (EM) pole na tuto činnost vyčerpá.

b) Stav po vypnutí R - L (např. odpojení od zdroje po určité době a současně zkratování přes vlastní R)

Po odpojení zdroje napětí U od obvodu $R - L$, bude na počátku děje ($t = 0$) velikost indukovaného napětí $u_L(t)$ opět přímo závislá na velikosti časové změny přerušovaného proudu $\frac{di(t)}{dt}$ a velikosti indukčnosti induktoru.

V okamžiku zkratování ($t = 0$) se indukuje v induktoru napětí *opačné polarity*, které se bude dle L . z. snažit zpomalit zánik magnetického (EM) pole induktoru.

Joulovy tepelné ztráty na rezistoru jsou za celý přechodový děj dány vztahem

$$W_{(R)} = R \cdot \int_0^t i(t) dt = \frac{1}{2} \cdot R \cdot i^2(t) \quad (J)$$

a pro ustálený proud pak mají velikost

$$W_{(R)} = \frac{1}{2} \cdot R \cdot I^2 \quad (J)$$

Proud protékající obvodem je nepřerušen a jeho směr zůstává stejný jako při zapnutí, má však jen *přechodovou složku*.

Časové funkce jednotlivých veličin po vypnutí jsou dány vztahy na stránce 4 a 5.

Pozn.

👍 *Toto platí jen pro induktor s konstantní indukčností (bez železného jádra), u něhož se indukčnost nemění se syčením jádra.*

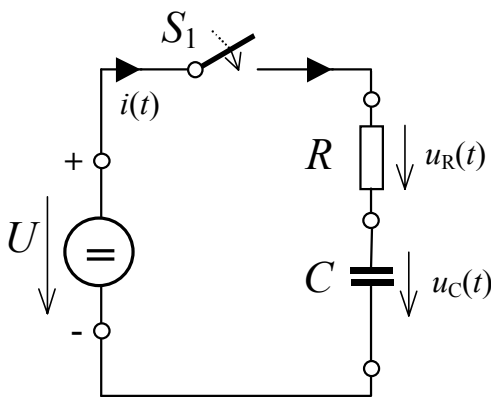
2. OBVOD R - C

a) Zapínání obvodu R – C (*nabíjení kapacitoru přes rezistor R*)

2. část

Jedná se o v praktické elektrotechnice a elektronice známý případ nabíjení *kapacitoru* (kondenzátoru) s kapacitou C [F]. Při nabíjení se na něm, tak jak se zvětšuje přenesený el. náboj ze zdroje, mění (roste) napětí $u_C(t)$, neboť platí:

$$du_C(t) = \frac{dq}{C} = \frac{i(t) \cdot dt}{C}$$



Obr. č. 8 – R - C obvod , zapnutí

Proud $i(t)$ i napětí $u_C(t)$ mají stejný směr, znamená to přítok kladného a záporného náboje na elektrody (viz. obr.). Je to v souladu se „*spotřebičovým systémem*“, kde při nabíjení je kapacitor pasivním prvkem - *spotřebičem energie*, v jehož elektrickém poli se po dobu přechodového jevu akumuluje energie.

Podobně jako u **R-L** i v tomto případě odvodíme časové průběhy obvodových veličin řešením rovnice popisující elektrický **R - C** obvod (dle II. K. z.)

$$u_R(t) + u_C(t) - U = 0, \quad \text{dále} \quad R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(t) dt = U \quad / \text{derivaci podle času}$$

homogenní
diferenciální rovnice
1. řádu
s konstantními
koeficienty

$$R \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C} = 0.$$

dále separací proměnných

$$\frac{di(t)}{i(t)} = - \frac{1}{R \cdot C} dt \Rightarrow \ln i(t) = - \frac{1}{R \cdot C} \cdot t + K_1.$$

Nabíjecí proud má tvar

$$i(t) = e^{\left(-\frac{t}{\delta} + K_1\right)} = K_1 \cdot e^{-\frac{t}{\delta}},$$

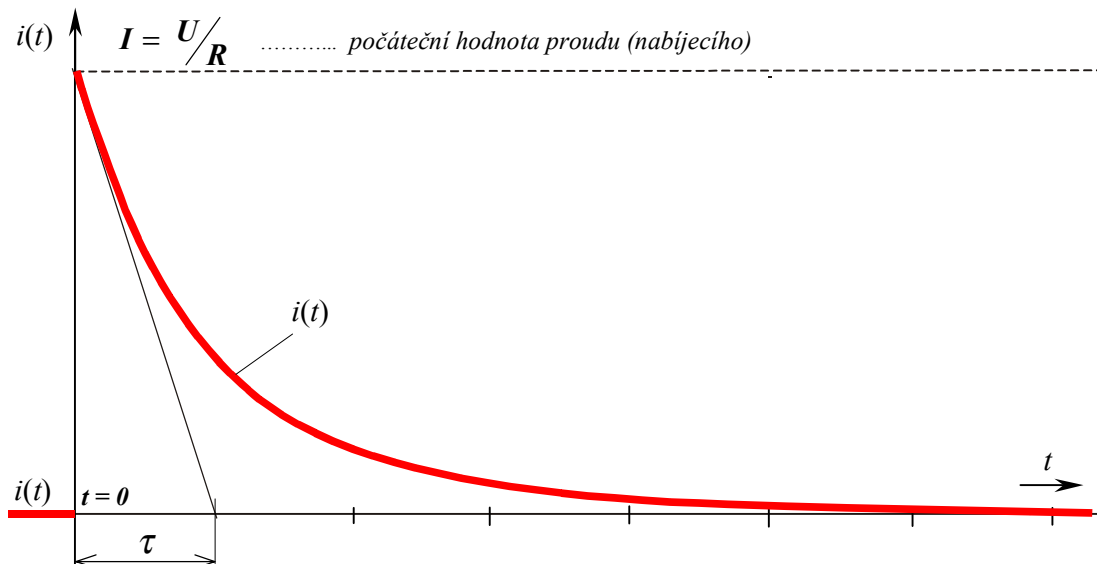
kde integrační konstanta $K_1 = e^K$ a $\tau = R \cdot C$ (s) časová konstanta obvodu daná jeho parametry a s rozměrem $[\tau] = [R] \cdot [C] = \check{U} \cdot F = \frac{V}{A} \cdot \frac{A \cdot s}{V} = s.$

Integrační konstantu určíme z počáteční podmínky v čase $t = 0$, kdy $u_c(0) = 0$.

👉 Vycházíme tak z fyzikálního předpokladu, že v čase $t \leq 0$ není přenášen do kapacitoru žádný elektrický náboj, tzn. že na něm není žádný úbytek napětí.

pak $R \cdot i(0) - U = 0 \Rightarrow i(0) = \frac{U}{R} = I_0$ a současně $i(0) = K_1$. Dosazením výsledný výraz

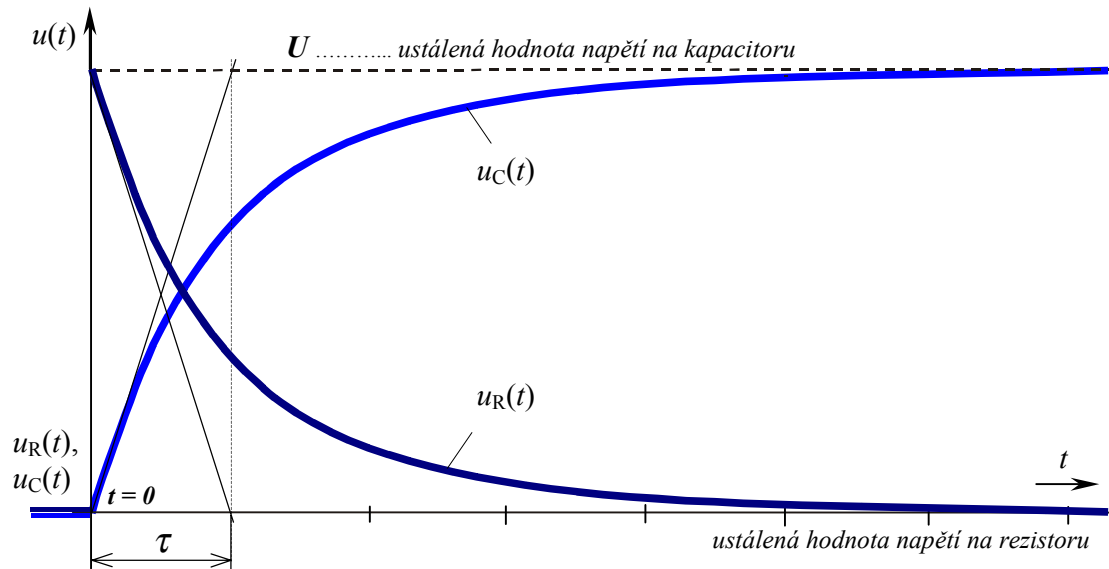
pro nabíjecí proud $i(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ a jeho křivka je exponenciálou.



Obr. č. 9 - Časový průběh proudu obvodem $R - C$ po zapnutí

Úbytek napětí na kapacitoru

$$u_C(t) = U - R \cdot i(t) = U - R \cdot \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{a na rezistoru} \quad u_R(t) = R \cdot i(t) = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

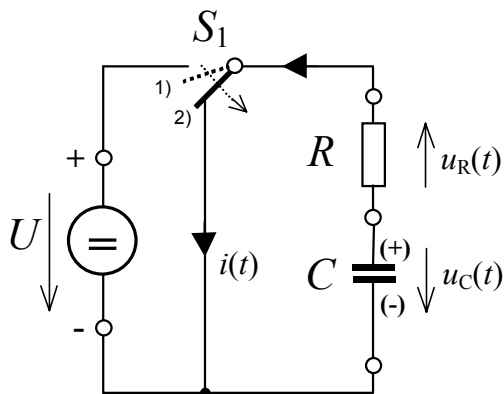


Obr. č. 10 - Časové průběhy napětí na kapacitoru a na rezistoru v obvodu $R - C$ po zapnutí

- c) Vybíjení na napětí U^* nabitého kapacitoru přes rezistor R (odpojení kapacitoru od zdroje a současné paralelní připojení k rezistoru R)

Řešíme obdobně formálně podobnou rovnici, jenže s nulovou pravou stranou ($U = 0$, odpojení od zdroje a současné paralelní připojení k R ... tzv. *vybíjecí rezistor* může mít obecně jinou velikost

než nabíjecí R !), viz. obr. č. 11 – pozice 2).



Obr. č. 11 – $R - C$ obvod po odpojení 1) a po současném

Nabitý ideální kapacitor se nyní stává aktivním prvkem (zdrojem energie), proto má v souladu se *spotřebičovým systémem* opačné znaménko, platí tedy rovnice.

$$u_R(t) - u_C(t) = 0 \Rightarrow R \cdot i(t) - \left(U - \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(t) dt \right) = 0$$

a po derivaci:

zkratování přes $R - 2$)

$$\text{Pro } t = 0, \quad i(0) = K_1 = \frac{U}{R} \Rightarrow i(t) = -\frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Při stejných parametrech obvodu R , C a stejném napětí zdroje U má vybíjecí proud stejný časový průběh jako nabíjecí, jen jeho směr v kondenzátoru (vzhledem k napětí $u_C(t)$) je opačný.

Průběh úbytku napětí na rezistoru je dán vztahem

$$u_R(t) = R \cdot i(t) = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

a na kapacitoru

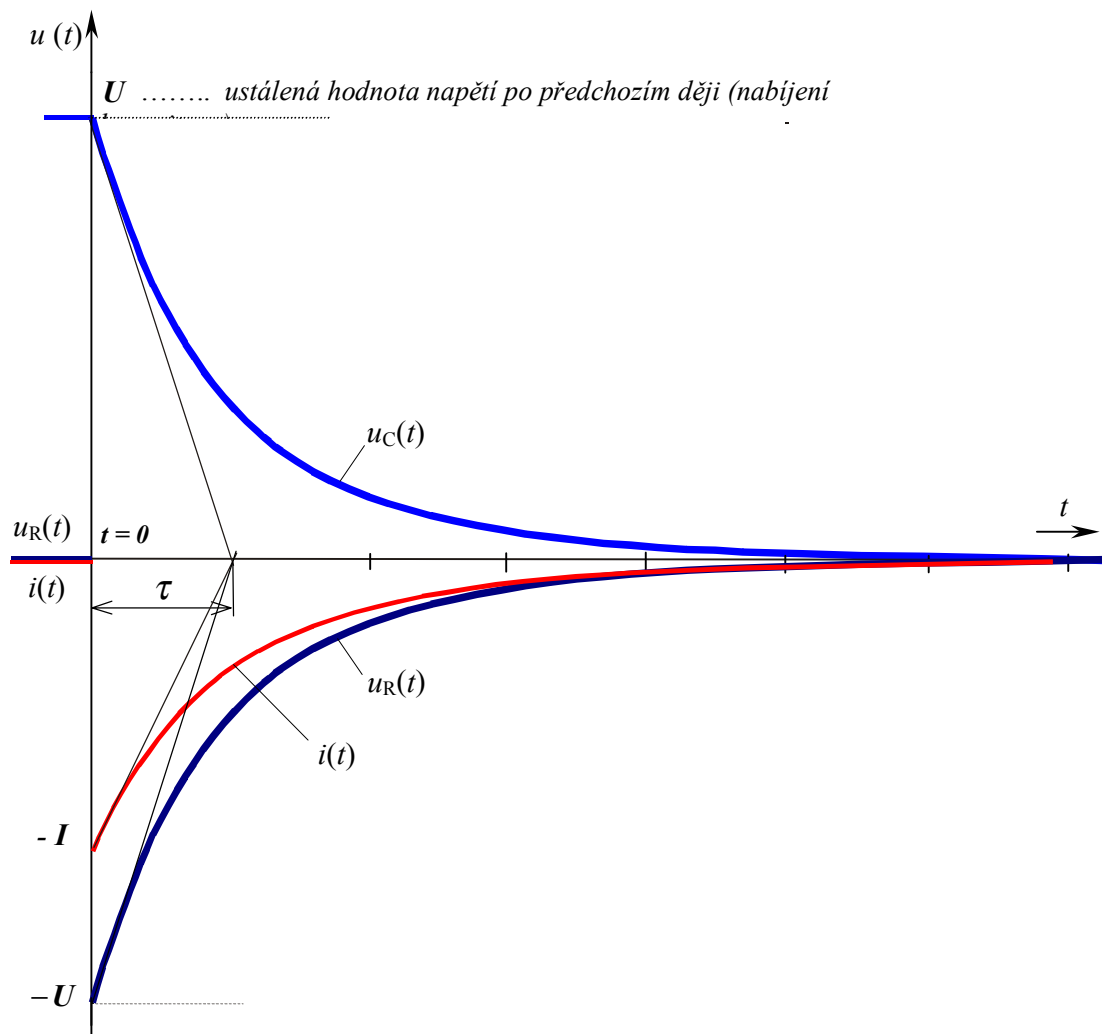
$$u_C(t) = -u_R(t) = -U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

d) Odpojení na napětí U^* nabitého kapacitoru od zdroje

Když rozpojíme po nabití obvod $R - C$ v sérii, viz. obr. č. 11 - pozice 1), zůstává kapacitor i nadále nabitý na nejvyšší hodnotu napětí, která byla těsně před rozpojením obvodu a obvodem nemůže téci proud, kterým by se nabitý kapacitor vybil.

Toto platí jen pro ideální kapacitor, tj. s dokonalým (ideálním) dielektrikem mezi jeho deskami ($\varepsilon = \infty$). V technické realitě však dielektrikum ideální není, má *parazitní vodivost* $G_{\text{vyb.}}$ (tzv. *svod*) a kapacitor pomalu ztrácí akumulovaný náboj a tedy i napětí vlivem tohoto svodu. Znamená to, že se vybíjí.

Průběh vybíjení závisí na časové konstantě vybíjecího obvodu $\tau_{\text{vyb.}} = \frac{C}{G_{\text{vyb.}}} = R_{\text{vyb.}} \cdot C$, která bývá u kvalitních kondenzátorů velmi vysoká.



Obr. č. 12- Časové průběhy proudu a napětí na kapacitoru a na rezistoru v obvodu $R - C$ po vypnutí a současném připojení R

Energie v elektrickém poli kondenzátoru

Podobně jako magnetickém (EM) poli induktoru, tak podobně i v elektrickém poli kapacitoru je akumulovaná energie, která je příčinou přechodových dějů v tomto obvodu.

Energetická bilance přechodových dějů v obvodu $R - C$

Současně s měnícím se napětím na kapacitoru $u_C(t)$ vzniká v dielektriku elektrické pole a hromadí (akumuluje) se v něm energie dodávaná zdrojem.

Následující rovnice vyjadřuje energetickou rovnováhu po celou dobu trvání přechodového děje.

$$W_{R-C} = \int_0^t U \cdot i(t) dt = \int_0^t R \cdot i^2(t) dt + \int_0^{u_C(t)} C \cdot u_C(t) dt$$

energie
dodaná do
obvodu zdrojem

energie přeměněná
v rezistoru v teplo
(Jouleovy) ztráty

energie akumulovaná v elektrickém
poli dielektrika kapacitoru



Je-li kapacitor nabitý na napětí U (děj je ukončen), je v jeho elektrickém poli akumulovaná energie o velikosti

$$W_{Q(C)} = C \cdot \int_0^{u_C(t)} u_C(t) dt = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_C^2(t) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U = \frac{Q^2}{2 \cdot C},$$

což je přesně polovina energie $C \cdot U^2$ dodané do obvodu.

Druhou polovinu tvoří Jouleovy tepelné ztráty na rezistoru. Za celý přechodový děj, tj. doby nabíjení dány vztahem

$$W_{(R)} = R \cdot \int_0^t i^2(t) dt \quad (J).$$

a pro ustálený proud pak

$$W_{(R)} = \frac{1}{2} \cdot R \cdot I^2 \quad (J).$$

Pozn.

Rozdělení celkové dodané energie na činnou (aktivní) – Joulovy tepelné ztráty a na jalovou (neaktivní) – akumulovanou v elektrickém poli přesně na polovinu se děje bez ohledu na velikosti parametrů R a C !

3 STRUČNÝ SLOVNÍK ZÁKLADNÍCH POJMŮ K SYLLABŮM

Ing. Vítězslav Stýskala, Ph.D., K 452, listopad 2001, určeno studentům všech fakult VŠB-TUO

L (H)	<u>Vlastní indukčnost</u> (zkráceně též indukčnost), veličina – vlastnost <i>induktoru</i> , závislá na jeho tvaru, rozměrech, počtu závitů, konstrukci, způsobu navinutí, permeabilitě μ magnetického jádra. Je to důležitý parametr elektrického obvodu, resp. realizace induktoru - cívky
C (F)	<u>Elektrická kapacita</u> (zkráceně též kapacita), veličina - vlastnost <i>kapacitoru</i> , závislá na jeho tvaru, rozměrech, vzdálenosti elektrod a permitivitě ϵ dielektrika mezi elektrodami. Je to důležitý parametr elektrického obvodu, resp. realizace kapacitoru - kondenzátoru.
R (Ω)	<u>Rezistance</u> , elektrický odpor (zkráceně též odpor), veličina - vlastnost <i>rezistoru</i> , závislá na rezistivitě materiálu ρ , rozměrech a oteplení. Je to důležitý parametr elektrického obvodu, resp. realizace rezistoru - odporu.
τ (s)	<u>Časová konstanta obvodu</u> , udává časový úsek, za který by býval byl děj ukončen, kdyby probíhal od počátku lineárně. Je to doba, za kterou vzroste, resp. klesne hodnota dané veličiny na cca 63, 2 % (přesně na $(1-1/e)$ – tinu) své ustálené hodnoty. Je to subtangenta ke křivce v počátku. Její převrácená hodnota $1/\tau = \beta$ se nazývá <i>konstanta tlumení obvodu</i> . Přechodový děj trvá tím déle, čím je τ větší, resp. čím je β menší. V ideálním případě, např. u bezodporového ideálního induktoru ($R = 0$) připojeného na stejnosměrné napětí, je $\tau = \infty$ a $\beta = 0$ a obvodem by obvodem nemohl vůbec téct proud. Proto v ideálním induktoru (ideálním setrvačném členu) nemůže dojít vůbec ke změně energie, tedy ani proudu.
$u_R(t), u_L(t), u_C(t), i(t)$	<u>Časové průběhy hlavních obvodových veličin</u>
Exponenciální funkce	<u>Exponenciála</u> - obecná matematická funkce, používaná k popisu průběhu dané obvodové veličiny, podle níž se funkční hodnota dané veličiny asymptoticky blíží k ustálené hodnotě a dosáhne ji v čase $t = \infty$.
Elektrický náboj Q (C)	Tento pojem je jednak určitým stavem elektricky nabitých těles a také skalární fyzikální veličinou, která je mírou tohoto stavu. Je vždy vázán na částice látky.
Faradayův zákon elektromagnetické indukce (F.Z.)	Určuje střední nebo okamžitou hodnotu indukovaného napětí induktoru za časový interval. <i>Zní: „Indukované elektromotorické napětí je rovno záporně vzaté časové změně magnetického indukčního toku Φ“.</i>
Lenzův zákon (L.Z.)	Určuje orientaci indukovaného proudu v uzavřeném elektrickém obvodu. <i>Zní: „Indukovaný elektrický proud v uzavřeném elektrickém obvodu má takový směr, že svým magnetickým (EM) polem působí proti změně magnetického toku $d\Phi$, která je jeho příčinou.“</i> Směr je určen <i>Flemingovým pravidlem</i> pravé ruky.
Rovnice energetické rovnováhy	Je aplikací zákona zachování energie pro elektrický obvod. <i>Zní: „Elektrická energie dodaná do obvodu elektrickým zdrojem se rozdělí</i>

	<i>na vnitřní energie spotřebičů, způsobené průchodem elektrického proudu“.</i>
Zdroj konstantního stejnosměrného napětí	Je to zdroj elektrické energie, který má velmi malý vnitřní odpor R_i a je schopen dodávat do vnějšího obvodu elektrickou energii o konstantním napětí, např. akumulátorová baterie, ta má R_i cca 0,01 Ω .
Ionizace	Je to fyzikální děj, při kterém se vnějším zásahem (např. termicky apod.) z molekuly plynu uvolňují <i>elektrony</i> a <i>anionty</i> ⁽⁻⁾ a zbytek molekuly tvoří kladný iont (<i>kationt</i> ⁽⁺⁾).