1. Elektrický proud

Dosud jsme se zabývali vlastnostmi a vzájemným působením statických nábojů, tedy takových, které byly vůči dané soustavě souřadnic v klidu. Víme, že je to pouze modelová situace, neboť reálné náboje jsou vždy v pohybu. Přejdeme nyní ke zkoumání pohybujících se nábojů. Uvažujme nějakou plochu S, například průřez vodiče a předpokládejme, že touto plochou prošel elektrický náboj Q. Tok náboje danou plochou, tedy náboj prošlý touto plochou za jednotku času, nazýváme *elektrickým proudem*. Termínem "elektrický proud" budeme podobně jako u náboje označovat jak sám jev (tedy průchod náboje), tak fyzikální veličinu, tok náboje.

Tok náboje může být obecně proměnný v čase. Vezmeme-li do ruky nabitou kouli a proběhneme-li s ní dveřmi, proteče otvorem dveří krátkodobý proudový impuls. Přeneseme-li však nabitý kondenzátor, proud neproteče, neboť přenášíme současně stejně velký kladný a záporný náboj.

Ve vodiči jsou volné náboje v neustálém tepelném pohybu značnými rychlostmi. Tak elektrony se při pokojové teplotě pohybují střední rychlostí

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1,1.10^5 \text{ m.s}^{-1} , \tag{3.1}$$

kde $k = 1,38.10^{-23}$ J.K^{-1} je Boltzmannova konstanta a m hmotnost elektronu. Je-li však tento pohyb dokonale chaotický, nebude průřezem vodiče protékat proud, neboť tok náboje z jedné i druhé strany plochy se vzájemně vyrovnávají. Proud začne téci, jakmile se na tento neuspořádaný, chaotický pohyb superponuje pohyb uspořádaný, to jest získají-li elektrony převládající složku rychlosti kolmou k průřezu, byť malou. Pokud jde o velikost elektrického proudu, můžeme definovat buď jeho střední hodnotu:

$$\langle I \rangle = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

nebo okamžitou hodnotu

$$I = \frac{dQ}{dt} . \tag{3.2}$$

Pokud jde o směr proudu, musíme definovat, který směr normály k ploše považujeme za kladný. Proteče-li plochou v kladném směru kladný náboj, je to zřejmě ekvivalentní situaci, kdy proteče v záporném směru náboj záporný. Můžeme i uvažovat i proud uzavřenou plochou; potom považujeme podle dohody vytékající proud za kladný.

Elektrický proud byl zvolen v soustavě jednotek SI za jednu ze základních veličin a jeho jednotkou je ampér (A), který budeme definovat později. Zřejmě je A = C.s^{-1}. Proud jako tok náboje je vázán na určitou plochu a je podobně jako náboj veličinou integrální. Můžeme zavést též *hustotu proudu* $\vec{j}(x, y, z)$ jako odpovídající veličinu diferenciální vztahy

$$d\,I = \vec{j} \cdot d\,\vec{S} , \qquad I = \int_S \vec{j} \cdot d\,\vec{S} . \tag{3.3}$$

Vektor $d\vec{S}$ má velikost diferenciálně malé plošky a míří směrem normály.

Elektrický proud může téci též po dané ploše, například po povrchu nějakého tělesa. Potom můžeme zavést *lineární hustotu proudu* $\vec{\alpha}$ vztahem

$$d\,I = \vec{\alpha} \cdot \vec{n}\; d\,l, \tag{3.4}$$

kde dl je diferenciálně malá část nějaké křivky na proudové ploše protínaná proudem a vektor $\vec{n}$ jednotkový vektor normály k ní. Hustota proudu se zřejmě měří v ampérech na metr čtvereční (A.m^{-2}), lineární hustota proudu v ampérech na metr (A.m^{-1}).

obr. 3.1 obr. 3.2

Existuje přímý vztah mezi proudovou hustotou a koncentrací a rychlostí elektrických nábojů. Předpokládejme, že všechny náboje jsou rovnoměrně rozloženy v prostoru s koncentrací n a pohybují se touž rychlostí $\vec{v}$ tak, že procházejí rovinnou plochou ΔS. Nechť střední proud za dobu Δt je ΔI. Sestrojíme-li z plochy ΔS a vektoru $\vec{v}\,\Delta t$ rovnoběžnostěn (obr. 3.1), potom za dobu Δt projdou plochou ΔS všechny náboje obsažené v objemu tohoto rovnoběžnostěnu.

Protože objem rovnoběžnostěnu bude $\Delta V = \vec{v} \cdot \Delta\vec{S}\,\Delta t$, dostaneme

$$\Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{qn\Delta V}{\Delta t} = qn\vec{v} \cdot \Delta\vec{S} = \vec{j} \cdot \Delta\vec{S}\,.$$

Proto

$$\vec{j} = q\,n\,\vec{v} = \rho\,\vec{v}, \qquad \vec{\alpha} = \sigma\,\vec{v}\,, \tag{3.5}$$

kde ρ a σ jsou objemová a plošná hustota hustota náboje. Pokud bude proud vytvářen více druhy nábojů velikosti q_α s různými koncentracemi n_α a různou střední *uspořádanou* rychlostí $\vec{u}_\alpha$, bude výsledná hustota náboje a hustota proudu

$$\rho = \sum_\alpha q_\alpha n_\alpha\,, \qquad \vec{j} = \sum_\alpha q_\alpha n_\alpha \vec{u}_\alpha\,. \tag{3.6}$$

Všimněme si, že může nastat situace, kdy celková hustota náboje bude nulová (hustota kladných a záporných nábojů se vzájemně vyrovnají) a hustota proudu přitom může být nenulová (pohybují-li se kladné a záporné náboje různými uspořádanými rychlostmi).

Mezi hustotou náboje a hustotou proudu platí důležitý vztah nazývaný *rovnice kontinuity proudu*. Je matematickým vyjádřením zákona zachování elektrického náboje. S rovnicí kontinuity jsme se již setkali v hydrodynamice, kde vyjadřovala zákon zachování hmotnosti proudící kapaliny, rovnice kontinuity platí, jak uvidíme, i pro hustotu energie a hustotu toku energie. Rovnici kontinuity lze formulovat v integrálním nebo diferenciálním tvaru. Uvažujme objem V ohraničený uzavřenou plochou S. Vytéká-li z tohoto objemu proud I, není možno jinak, než že stejnou měrou ubývá elektrický náboj Q v tomto objemu. Matematicky to lze vyjádřit následovně:

$$I = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho dV = -\frac{dQ}{dt}\,. \tag{3.7}$$

Aplikujeme-li na plošný integrál Gaussovu větu, dostaneme rovnici kontinuity ve tvaru

$$\int_V \mathrm{div}\vec{j}\; dV \;=\; -\,\frac{d}{dt}\int_V \rho dV\;.$$

Protože tento vztah musí platit obecně pro libovolný objem v okolí libovolného bodu, musí se rovnat i integrované funkce. Při přechodu k diferenciálním veličinám definovaným v daném bodě prostoru musíme ovšem nahradit totální časovou derivaci derivací parciální. Tím dostáváme rovnici kontinuity v diferenciálním tvaru

$$\mathrm{div}\,\vec{j} \;=\; -\,\frac{\partial\,\rho}{\partial\,t}\,. \tag{3.8}$$

Pod elektrickým proudem jsme dosud rozuměli přemisťování volných elektrických nábojů v prostoru. Charakter pohybu nábojů však může být obecně mnohem složitější. Především můžeme rozlišovat elektrické proudy podle jejich časové závislosti jako proudy stacionární, kvazistacionární a nestacionární. *Stacionární* proudy představují ustálené, laminární proudění elektrických nábojů, které můžeme podobně jako v hydrodynamice popisovat pomocí proudových čar a uzavřených proudových trubic. Všechny makroskopické veličiny, zejména nábojová a proudová hustota, koncentrace a rychlost nábojů a ovšem i stacionární elektrické pole jsou funkcemi pouze prostorových souřadnic a *všechny parciální derivace podle času jsou přitom rovny nule.* Proudy *kvazistacionární* se sice mění v čase, ale natolik pomalu, že nedochází k vyzařování elektromagnetických vln. Příkladem mohou být střídavé proudy užívaných frekvencí 50, resp. 60 Hz. Obecně *nestacionární* proudy se mění v čase libovolně, může jít například o proudy vysokofrekvenční, o krátkodobé proudové impulsy apod.

Podle jiného hlediska můžeme rozlišovat proudy *stejnosměrné* a proudy *střídavé*, které v čase mění svůj směr. Mění-li jej podle zákona sinu, jde o proudy harmonické.

Důležité je rovněž třídění proudů podle charakteru pohybu nábojů. Pak můžeme rozlišovat

1) proudy *volné*
a) *kondukční* (vodivostní),
b) *konvekční*

2) proudy *vázané*
a) *polarizační*
b) *magnetizační*

3) proud *posuvný* (Maxwellův).

Volné proudy jsou vyvolány pohybem volných nábojů v prostoru. Jde-li o pohyb nábojů ve vodiči pod vlivem přiloženého napětí, mluvíme o proudech kondukčních, které se, alespoň v některých případech, podřizují například Ohmovu zákonu. Proudy konvekční jsou zprostředkovány mechanickým pohybem nabitých těles nebo částic v prostoru. Může jít například o pohyb nabitého pásu van de Graaffova urychlovače, rotující nabitý kotouč, svazek nabitých částic pohybujících se v urychlovači a podobně.

U vázaných proudů se náboje nemohou volně přemisťovat; tvoří například součást molekulárních či atomárních dipólů. V kapitole o elektrostatice jsme tyto dipóly považovali za tuhé, nedeformovatelné. Ve skutečnosti se však mohou dipóly pod vlivem elektrického pole deformovat a vzdálenost mezi náboji se může měnit. Na obr. 3.2 je znázorněn takový dipól a rovina S taková, že například kladný náboj při deformaci touto rovinou prochází. Bude-li se dipól v proměnném elektrrickém poli střídavě smršťovat a roztahovat, bude rovinou S protékat střídavý proud. Takový proud nazýváme polarizačním. Je-li například koncentrace dipólů v dokonale polarizovaném dielektriku N, bude hustota polarizačního proudu

$$\vec{j}_p \;=\; \rho\vec{v} \;=\; Nq\frac{d\vec{l}}{dt} \;=\; N\frac{d\vec{p}}{dt} \;=\; \frac{d\vec{P}}{dt}\,, \tag{3.9}$$

kde $\vec{p}$ je jednotlivý dipólový moment $\vec{P}$ vektor polarizace. Protože proudová hustota a vektor polarizace jsou diferenciální veličiny definované v každém bodě prostoru, musíme nahradit obyčejnou derivaci parciální a vyjádřit polarizační proud jako časovou změnu vektoru polarizace:

$$\vec{j}_p \;=\; \frac{\partial\vec{P}}{\partial t}\,. \tag{3.10}$$

Polarizační proud nazýváme někdy také posuvným proudem v dielektriku a je zřejmé, že musí být principiálně časově proměnný. Výraz 3.10 využijeme v kapitole o obecném elektromagnetickém poli.

Jiným druhem vázaných proudů jsou proudy magnetizační, které jsou vyvolány mikroskopickými smyčkovými proudy v atomech a molekulách magnetických látek. Tyto proudy mohou vznikat i díky spinu nabitých částic, kdy vůbec nedochází k pohybu nábojů v prostoru. Přesto však mohou po vystředování přispívat k celkovému makroskopickému proudu.

Konečně posledním typem proudu, který může být principiálně také jen časově proměnný, je takzvaný posuvný proud ve vakuu nazývaný též proud Maxwellův. V tomto případě jej nepřenášejí elektrické náboje a je zprostředkován proměnným elektrickým polem. Takový proud umožní uzavřít střídavý elektrický obvod s kondenzátorem (obr. 3.3).

Pro volný pohyb nábojů představuje kondenzátor přerušení obvodu, takže ustálený proud zde téci nemůže. V případě časově proměnného, například harmonického proudu, budou náboje přicházející na jednu z desek kondenzátoru vyvolávat proměnné elektrické pole, a to bude indukovat pohyb nábojů na druhé desce. Obvod se tak uzavře, podobně jako se bude přenášet pulzující pohyb kapaliny trubicí, která

obr. 3.3

je přerušena pružnou membránou.

2. Vlastnosti stacionárního proudu

Předpokládejme, že se elektrické náboje pohybují v nějaké oblasti prostoru ustáleným způsobem a vytvářejí tak stacionární elektrický proud. Bude tedy pro něj platit rovnice kontinuity (3.8) ve tvaru

$$\operatorname{div} \vec{j} \;=\; 0\,. \tag{3.11}$$

Pohybující se náboje budou kolem sebe vyvolávat elektrické pole, které bude silově působit na další elektrické náboje, ať již nehybné nebo pohybující se. Také toto *stacionární elektrické pole* bude splňovat příslušné Maxwellovy rovnice. Protože jsme postulovali, že Gaussův zákon bude platit i pro pohybující se náboje počet siločar vycházejících z náboje se nemění, můžeme očekávat, že rovnice pro divergenci $\vec{E}$ bude mít stejný tvar jako pro pole elektrostatické.

K určení rovnice pro rotaci $\vec{E}$ je třeba usoudit, zda stacionární elektrické pole je potenciální či nikoliv. O elektrostatickém poli víme, že práce, kterou koná nad elektrickými náboji nezávisí na dráze a jde-li o dráhu uzavřenou, je práce pole rovna nule. Vyplývá to z toho, že pole statického bodového náboje je v prostoru centrální a izotropní. Pokud se bodové náboje začnou pohybovat rovnoměrně přímočaře malými rychlostmi, můžeme mít za to, že siločáry si uchovají izotropní rozložení v prostoru a budou se s nábojem prostě přemisťovat. Není to sice již pole Coulombovo, ale v každém daném okamžiku jej lze za takové považovat. Podotkněme, že náboje v běžných vodičích se skutečně pohybují velmi malými rychlostmi, jak dále uvidíme. [1]

Uvažujme uzavřenou proudovou smyčku 1 na obr. 3.4, jíž protéká stacionární elektrický proud. Pokud se náboje pohybují pomalu, bude jejich pole v každém okamžiku Coulombovo. Při relativistických rychlostech se díky invarianci náboje počet siločar nemění, ale uplatní se relativistická kontrakce délek, která povede pouze ke změně hustoty náboje. Elektrické pole vytvářené obvodem stacionárního proudu můžeme proto v každém případě považovat za potenciální a jeho rotaci za nulovou.

Uvedené zdůvodnění je ovšem pouze kvalitativní. Místo teoretických úvah bychom se však mohli opřít o experimentální fakt a uvažovat druhou vodivou smyčku 2 na obr. 3.4. Kdyby stacionární elektrické

[1] Náboje se ovšem mohou pohybovat i rychlostmi relativistickými, například v urychlovačích a vytvářet také stacionární proudy. Z relativistických transformací v příští kapitole odvodíme prostorové rozložení siločar rychle se pohybujících nábojů. Uvidíme, že tyto siločáry jsou zhuštěny ve směru kolmém k pohybu a takové pole již potenciální není. Pohybuje-li se však jeden jednotlivý náboj, nebude přesně vzato vytvářet stacionární proud, nýbrž proudový impuls. Stacionární proud vyžaduje časově neměnné rozložení hustoty nábojů v prostoru. Navíc v kruhových urychlovačích, kde se relativistické náboje pohybují po uzavřených kruhových drahách, se uplatní jejich dostředivé zrychlení a takové náboje budou vyzařovat elektromagnetické vlny v podobě tzv. synchrotronového záření.

obr. 3.4 obr. 3.5

pole vyvolávané proudem ve smyčce 1 nebylo potenciální, potom by při vhodné poloze vodivé smyčky 2 konalo práci nad volnými náboji ve smyčce 2 a mohlo by zde indukovat proud. Taková indukce proudu stacionárním polem však pozorována není. Můžeme tedy pro stacionární elektrické pole napsat soustavu Maxwellových rovnic

$$\mathrm{div}\,\vec{E} \;=\; \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad\qquad \mathrm{rot}\,\vec{E} \;=\; 0\,. \tag{3.12}$$

Tato soustava je formálně shodná se soustavou rovnic pro elektrostatické pole (2.11) a vyjadřuje skutečně určité analogie mezi elektrostatickým a stacionárním polem. Jsou zde však dva zásadní rozdíly:

1. Pro stacionární pole platí jiné okrajové podmínky než pro pole elektrostatické. Uvnitř vodičů není stacionární pole nulové, na povrchu vodičů není potenciál konstantní. To právě vede ke vzniku elektrického proudu.[2]

2. V elektrostatice na sebe náboje působí pouze elektrickými silami. V případě pohybujících se nábojů vytvářejících elektrický proud již nemůžeme toto tvrzení automaticky zobecnit. Vraťme se ke dvěma smyčkám na obr. 3.4 a předpokládejme, že jimi protékají stacionární elektrické proudy. Víme, že takové proudy mohou protékat i tehdy, bude-li hustota elektrického náboje v objemu obou smyček nulová. Potom by mezi smyčkami elektrické síly nepůsobily. Experiment však ukazuje, že dvě smyčky protékané proudem na sebe silově působí a tato síla závisí na směru proudu. Nazýváme ji silou magnetickou a je na ní založena celá elektrotechnika. Teoretické zdůvodnění vzniku magnetické síly dává právě speciální teorie relativity a budeme se jí zabývat v následující kapitole.

V řadě důležitých případů se stacionární proud podřizuje *Ohmovu zákonu.* Tento zákon sice patří k obecně nejznámějším, ale ve skutečnosti nepředstavuje přírodní zákon takového významu, jako je třeba zákon Gaussův. Ohmův zákon je vlastně materiálový vztah, který udává závislost mezi proudem a napětím na koncích vodiče pro některé materiály za určitých podmínek. Uvažme úsek homogenního vodiče na obr. 3.5 na jehož koncích je udržován rozdíl potenciálů. Je-li L délka vodiče, bude uvnitř působit stacionární elektrické pole velikosti

$$E \;=\; \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{L} \;=\; \frac{U}{L}\,.$$

Působením tohoto pole dojde k pohybu nábojů a úsekem vodiče (rezistorem) bude protékat stacionární proud. Je možno očekávat, že mezi napětím U na koncích vodiče a mezi proudem I bude existovat závislost určovaná pouze geometrií a materiálem vodiče. Tuto závislost lze najít buď experimentálně nebo na základě mikroskopické teorie pohybu elektrických nábojů v příslušné látce. Takovou teorií vodivosti se budeme krátce zabývat v dalších odstavcích.

[2]Při přibližně stejných okrajových podmínkách jsou siločáry elektrostatického a stacionárního pole totožné a splývají s proudovými čarami stacionárního proudu. Toho se někdy využívá k modelování elektrostatického pole pomocí tzv. *elektrolytické vany.* Elektrody daného tvaru jsou přitom ponořeny do slabě vodivého prostředí a proudové čáry pak sledují siločáry pole.

obr. 3.6 obr. 3.7

Použijeme-li jako materiál vodiče kov (stříbro, měď, hliník), zjistíme, že proud je v širokých mezích úměrný napětí (při dané teplotě). To je právě Ohmův zákon:

$$I = \frac{U}{R} = G\,U\,. \tag{3.13}$$

Voltampérová charakteristika takového rezistoru má pak charakter přímé úměrnosti (obr. 3.6).

Konstanta úměrnosti G se nazývá *vodivost (konduktance)* a měří se v siemensech (S), její převrácená hodnota je *odpor (rezistance)*, kterou měříme v ohmech (Ω).

Experimentálně lze zjistit, že odpor je přímo úměrný délce vodiče L, nepřímo úměrný průřezu vodiče S a konstanta úměrnosti, která charakterizuje vlastnosti materiálu vodiče, se nazývá *měrným odporem (rezistivitou)* a označuje se ρ. Převrácenou hodnotu měrného odporu nazýváme *měrnou vodivostí (konduktivitou)* a označujeme σ. Je ovšem třeba dát pozor, abychom nezaměnili označení ρ, σ s objemovou a plošnou hustotou náboje. Je zřejmé, že rezistivitu měříme v jednotkách ohm metr (Ω.m), konduktivitu v jednotkách siemens na metr (S.m^{-1}). Můžeme tedy psát

$$R = \rho\,\frac{L}{S} \qquad\qquad G = \frac{1}{R} = \sigma\frac{S}{L}\,. \tag{3.14}$$

Bude-li průřez a případně i měrný odpor podél vodiče proměnný, musíme integrovat

$$R = \int_0^L \frac{\rho(l)}{S(l)}\,dl\,. \tag{3.15}$$

Ohmův zákon můžeme vyjádřit též v diferenciálním tvaru. V úseku homogenního vodiče na obr. 3.5 vyčleníme proudové vlákno o malém průřezu ΔS, a tedy malé vodivosti ΔG. Potom

$$\Delta I = U\,\Delta G = U\,\frac{\sigma}{L}\,\Delta S = \sigma E\,\Delta S = \sigma\vec{E}\cdot\Delta\vec{S}\,.$$

Uvážíme-li definici proudové hustoty (3.3), dostaneme Ohmův zákon ve tvaru

$$\vec{j} = \sigma\,\vec{E}\,. \tag{3.16}$$

. Konduktivita je podobně jako permitivita jednou z tzv. *materiálových konstant*. Vektory $\vec{j}$ a $\vec{E}$ nemusí mít obecně týž směr a potom se konduktivita stává tenzorem σ_{ik}. V takovém anizotropním prostředí má pak Ohmův zákon tvar

$$j_i = \sigma_{ik}\,E_k\,. \tag{3.17}$$

obr. 3.8

Ohmův zákon v podobě přímé úměrnosti (3.13) vyjadřuje lineární vztah mezi proudem a napětím a předpokládá, že průchod proudu sám neovlivňuje vlastnosti vodiče. Lze proto uplatnit i princip superpozice a proudy vyvolávané ve vodiči více napěťovými zdroji nezávisle sčítat. Taková situace může ovšem existovat jen v určitých mezích, u tzv. lineárních prvků. S nimi bychom ovšem v elektrotechnice nevystačili. Chceme-li elektrické proudy a napětí zesilovat, generovat a různě ovlivňovat, musíme použít právě nelineárních prvků, kde Ohmův zákon neplatí.Veškeré tvoření a vznik nového jsou založeny na nelinearitách.

Na obr. 3.8 jsou naznačeny voltampérové charakteristiky některých nelineárních prvků. Na prvním z nich dochází k nasycení (saturaci) proudu. Po dosažení určité hodnoty proud dále neroste, i když napětí stoupá. Na druhém obrázku mále charakteristiku usměrňovacího prvku, který propouští proud jen jedním směrem. Konečně na třetím existuje úsek se záporným odporem, kdy při rostoucím napětí proud dokonce klesá. Takové prvky se uplatní v některých generátorech.

Ohmův zákon má tedy své meze platnosti. U kovových vodičů je dobře splněn až pro pole o intenzitách několika milionů voltů na metr; u zředěných plynů přestává platit už při několika voltech či desítek voltů na metr. Nelze jej také aplikovat pro příliš krátké proudové impulsy (kolem 10^{-10} s) a při teplotách blízkých absolutní nule, kdy se uplatní jev supravodivosti.

Zmíníme se ještě o známých pravidlech pro sčítání sériově a paralelně spojených odporů, která jsou opačná než při sčítání kapacit (obr. 3.7).

Při sériovém spojení se sčítají napětí, a tedy i odpory. Při paralelním spojení se sčítají proudy, a tedy převrácené hodnoty odporů:

$$R_{ser} = \sum_i R_i \,, \qquad R_{par} = \left(\sum_i \frac{1}{R_i} \right)^{-1} . \tag{3.18}$$

Dosud jsme uvažovali průchod proudu rezistorem, který jsme si představovali jako úsek homogenního vodiče. Nezabývali jsme se otázkou, co se stane s náboji, když dojdou na konec vodiče. K tomu, aby mohl protékat stacionární proud, musí být obvod zřejmě uzavřen, musí tvořit kompletní smyčku. Uzavřeme-li homogenní vodič tak, že spojíme oba jeho konce, vznikne další potíž. Mají-li se náboje pohybovat ustálenou rychlostí, musí výsledná střední síla na ně působící být nulová. Síla se strany stacionárního elektrického pole musí tedy být kompenzována silou tření při pohybu ve vodiči doprovázaném srážkami s dalšími částicemi. Pak by ovšem stacionární elektrické pole muselo konat práci nad náboji pohybujícími se po uzavřené dráze, dodávat jim energii. [3] To je ovšem v rozporu se skutečností, že stacionární pole je potenciální. Z takové analýzy vyplyne, že v uzavřeném obvodu musí existovat potenciálové skoky, musí zde působit nějaký zdroj energie. Situace je znázorněna na obr. 3.9.

Uzavřený obvod tvoří vnější odpor (rezistor R), a zdroj *elektromotorického napětí* (zkráceně emn) o vnitřním odporu R_i. Zdroj emn vyvolává v obvodu nepotenciální elektromotorickou (vtištěnou) sílu

[3] Vyjímku tvoří supravodivý prstenec, kde proud protéká po povrchu bez měřitelného odporu a bez vnějšího zdroje energie po velmi dlouhou dobu.

obr. 3.9

působící na náboje, a to takovou že její práce po uzavřené dráze je různá od nuly:

$$A = \oint_l \vec{F} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

Předpokládejme, že velikost této síly je úměrná náboji. Potom můžeme zavést veličinu zvanou emn vztahem

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q} \oint_l \vec{F} \cdot d\vec{l}\,. \tag{3.19}$$

Poměr $\vec{F}/q$ někdy nazýváme vtištěnou (elektromotorickou) intenzitou. Na koncích rezistoru (svorkách zdroje) působí takzvané *svorkové napětí*

$$U = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}\,. \tag{3.20}$$

Je zřejmé, že emn měříme stejně jako svorkové napětí ve voltech.

Zdroj emn tedy představuje úsek obvodu, více nebo méně lokalizovaný, kde na náboje působí síly, které zvyšují jejich potenciál. Je samozřejmě třeba, aby proud protékal i úsekem zdroje, který vykazuje rovněž vlastní, tzv. vnitřní odpor. Schematicky je to naznačeno na obr. 3.9. Má-li náboj na svorce 1 potenciál φ_1, klesne tento potenciál po průchodu vnější částí obvodu na φ_2. Svorkové napětí je tedy rovno potenciálovému spádu na odporu R a podle Ohmova zákona

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = R\,I\,.$$

Na vstupu a výstupu zdroje (elektrodách článku či baterie) dojde k potenciálovým skokům - z φ_2 na φ_2' a z φ_1' na φ_1. Také na vnitřním odporu zdroje nastane potenciálový spád

$$\varphi_2' - \varphi_1' = R_i\,I\,.$$

Potenciálové spády musí být kompenzovány potenciálovými skoky v obvodu, takže práce při přenosu náboje uzavřeným obvodem je rovna

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q(\varphi_2' - \varphi_1') = R\,I + R_i\,I = q[(\varphi_1 - \varphi_1') + (\varphi_2' - \varphi_2)] = q\,\mathcal{E}\,. \tag{3.21}$$

Elektromotorické napětí tak představuje součet potenciálových skoků v obvodu. Pro uzavřený obvod můžeme Ohmův zákon psát ve tvaru

$$\mathcal{E} = U + R_i\,I = (R + R_i)\,I$$

neboli

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_i}\,. \tag{3.22}$$

obr. 3.10

Známe-li svorkové napětí, můžeme používat Ohmův zákon ve tvaru (3.13). Je-li zadáno elektromotorické napětí, musíme znát též vnitřní odpor zdroje a psát Ohmův zákon ve tvaru (3.22). Je zřejmé, že elektromotorické a svorkové napětí jsou si rovny, neprotéká-li obvodem proud. Po zapojení vnějšího odporu může svorkové napětí podstatně klesnout pod napětí elektromotorické a pak hovoříme o "měkkém" zdroji.

Odpory a zdroje emn mohou být více či méně složitě propojeny a mohou vytvářet *sítě* stacionárních proudů (obr. 3.10).

Teorie elektrických sítí představuje zvláštní, rozsáhlou část elektrotechniky a matematicky souvisí s teorií grafů. Sítě jsou tvořeny větvemi o daném odporu, v nichž mohou působit zdroje emn. Body, v nichž se stýkají alespoň tři větve, nazýváme uzly, uzavřenou soustavu větví nazýváme smyčkou. Úkolem teorie sítí je určit proudy ve všech větvích, jsou-li známy buď potenciály ve všech uzlech nebo velikosti emn a vnitřní odpory zdrojů.

Při řešení sítí využíváme známá *Kirchhoffova pravidla* někdy nazývaná Kirchhoffovými zákony. Ve skutečnosti nejde o nové fyzikální zákony, ale o aplikaci rovnice kontinuity a Ohmova zákona pro uzavřené smyčky. První Kirchhoffovo pravidlo (pro uzly) požaduje, aby *součet všech proudů v každém uzlu byl roven nule*; vystupující proudy budeme přitom považovat za kladné, vstupující za záporné:

$$\sum_\alpha I_\alpha = 0 \,. \tag{3.23}$$

Jde vlastně o integrální tvar rovnice kontinuity (3.11); kdyby přísun náboje do uzlu nebyl v rovnováze v jeho odvodem, náboj by se v uzlu hromadil a proud by nemohl být stacionární.

Druhé Kirchhoffovo pravidlo (pro smyčky) říká, že *součet potenciálových spádů na všech odporech (včetně vnitřních odporů zdrojů) podél uzavřené smyčky je roven součtu elektromotorických napětí působících v této smyčce.* Opět musíme znaménka proudů a polarizace emn přizpůsobit zvolenému směru obcházení smyčky. Tedy

$$\sum_\alpha R_\alpha I_\alpha = \sum_\alpha \mathcal{E}_\alpha \,. \tag{3.24}$$

Jde tedy o řešení soustavy rovnic vyjadřujících Kirchhoffova pravidla. Těchto rovnic může být velmi mnoho a jejich řešení může být i pro počítače zdlouhavou záležitostí. Snažíme se samozřejmě využít maximálně Kirchhoffových pravidel pro uzly, která jsou jednodušší. Má-li síť například m uzlů a n větví, poskytuje nám první Kirchhoffovo pravidlo m - 1 nezávislých rovnic pro uzly a zbývá vybrat n - (m - 1)

obr. 3.11

rovnic pro smyčky. Tyto smyčky je třeba ovšem volit tak, aby získané rovnice byly nezávislé, což není triviální. K tomu slouží například *metoda úplného stromu.* Vyčleníme v síti takovou soustavu větví, aby po nich bylo možno projít od každého uzlu k libovolnému jinému a aby těchto větví byl právě nezbytný počet. Smyčky pak vybereme tak aby každá z nich obsahovala jednu větev, která *nepatří* k úplnému stromu. Na obr. 3.11 je znázorněna síť s 6 uzly a 9 větvemi a vybrán jeden z možných úplných stromů. Vidíme, že větví, které k němu nepatří je právě n - (m - 1) = 4 a ty nám umožní vybrat 4 smyčky.

Při řešení sítí se uplatní řada matematických metod, které zde nebudeme rozebírat. U *metody smyčkových proudů* se využívá principu superpozice a každé nezávislé smyčce se přiřazuje myšlený smyčkový proud. Skutečný proud v dané větvi je pak součtem smyčkových proudů těch smyček, jejichž součástí je uvažovaná větev. U *metody uzlových napětí* využíváme prvního Kirchhoffova pravidla a místo smyčkových proudů se snažíme určit napětí ve všech uzlech vzhledem k nějakému uzlu referenčnímu. Pak je již snadné najít proud v jednotlivých větvích.

V řadě případů nepotřebujeme znát řešení celé sítě, ale jen proud tekoucí určitou větví. Pokud v této větvi není žádný zdroj, chová se celý zbytek sítě jako zdroj emn s určitým vnitřním odporem a dodává do této větve energii.

Stačí tedy určit velikost emn tohoto zdroje a jeho vnitřní odpor. K tomu slouží *Théváninova věta*, která praví:

Proud libovolnou větví sítě se nezmění, vyjmeme-li ji ze sítě a připojíme ke zdroji, jehož emn se rovná napětí, které je na uzlech sítě, mezi nimiž větev původně byla, a jehož vnitřní odpor se rovná odporu sítě měřenému na těchto dvou uzlech po nahrazení všech zdrojů jejich sériovými vnitřními odpory.

Energie, kterou zdroj emn dodává do sítě stacionárních proudů, se na odporech mění nevratně v energii tepelnou. Protože práce při přenesení náboje Q mezi body o napětí U je $A = QU$, bude tepelný výkon uvolňovaný na odporu R roven

$$P \;=\; \frac{dA}{dt} \;=\; U\,\frac{dQ}{dt} \;=\; U\,I \;=\; R\,I^2 \;=\; \frac{U^2}{R} \;=\; G\,U^2\,. \tag{3.25}$$

Za dobu Δt se tedy uvolní tepelná energie

$$W \;=\; R\,I^2\,\Delta t\,. \tag{3.26}$$

Uvedený vztah se nazývá *Jouleův zákon* (někdy též Jouleův - Lenzův zákon) a uvolněná energie je známa jako "Jouleovo teplo". [4]

V uzavřeném obvodu bude výkon na vnějším odporu R

$$P(R) \;=\; R\,I^2 \;=\; \frac{\mathcal{E}^2\,R}{(R\;+\;R_i)^2}\,.$$

Je snadné ověřit, že tento výkon jako funkce R bude mít maximum při $R = R_i$, kdy bude roven $P_{max} = \mathcal{E}^2/4R$. Říkáme, že zátěž je přizpůsobena zdroji.

Jouleův zákon lze získat i v diferenciálním tvaru. Mějme proudové vlákno průřezu ΔS v němž se vyvíjí výkon ΔP. Potom

$$\Delta P \;=\; U\,\Delta I \;=\; E\,L\,\vec{j}\cdot\Delta\vec{S} \;=\; \vec{j}\cdot\vec{E}\,\Delta V\,,$$

kde ΔV je objem vlákna.

Hustota tepelného výkonu, tj. výkon uvolňovaný v jednotce objemu vodiče je pak

$$p \;=\; \frac{dP}{dV} \;=\; \vec{j}\cdot\vec{E} \;=\; \sigma E^2 \;=\; \rho j^2\,. \tag{3.27}$$

Uvedeme nyní příklady řešení některých méně obvyklých sítí.

1. Nekonečná jednorozměná síť

Na obr. 3.12 je znázorněn nekonečný řetězec sériově a paralelně spojených odporů. Máme určit vstupní odpor mezi body A a B.

Využijeme k tomu právě vlastnost řetězce, která se zdá úlohu komplikovat, totiž jeho nekonečnou délku. Předřadíme-li bodům A, B ještě jeden článek z odporů R_1, R_2, nemůže se vstupní odpor změnit. Máme pak ekvivalentní obvod na obr. 3.13, jehož vstupní odpor snadno najdeme.

Máme

$$R_{A'B'} \;=\; R_{AB} \;=\; R_1 \;+\; \frac{R_2 R_{AB}}{R_2 + R_{AB}}\,,$$

odkud

$$R_{AB} \;=\; \frac{1}{2}\,(R_1 \;+\; \sqrt{R_1^2 + 4R_1R_2})\,.$$

2. Nekonečná rovinná síť

obr. 3.12

obr. 3.13

obr. 3.14

obr. 3.15

Na obr. 3.14 je znázorněna nekonečná rovinná síť tvořená pravoúhlým uspořádáním stejných odporů R. Máme určit vstupní odpor mezi dvěma sousedními uzly sítě A, B. Taková síť může modelovat některé vlastnosti sítí využívaných v počítačích nebo neuronových sítí v mozku.

Využijeme principů symetrie a superpozice. Uvažme dva stavy. Ve stavu 1 nechť proud I vtéká do bodu A a rozlévá se sítí do nekonečna. Pak z důvodu symetrie musí každou ze čtyř větví stýkajících se v bodě A protékat týž proud $I/4$. Ve stavu 2 nechť proud posbíraný v nekonečnu vytéká v bodě B. Z téhož důvodu bude větvemi stýkajícími se v bodě B protékat opět proud $I/4$. Superpozicí obou stavů zjistíme, že vtéká-li proud do bodu A a vytéká-li z bodu B, poteče odporem R mezi těmito body proud $I/2$. Zbytek sítě tedy představuje stejně velký paralelní odpor a platí $R_{AB} = R/2$.

3. Prostorová síť ve tvaru krychle

Uplatnění principu symetrie můžeme demonstrovat na prostorových sítích, kdy stejné odpory R jsou umístěny v hranách krychle (obr. 3.15).

Ptejme se například na odpor mezi dvěma protilehlými vrcholy jedné ze stěn krychle E, B. Proud I vtékající do bodu E se z důvodu symetrie rozdělí na dvě stejné části αI směřující k vrcholům A, F a třetí část βI směřující k vrcholu H. Ve vrcholu H se proud βI rozdělí symetricky na dva proudy γI. Stejným způsobem můžeme označit proudy stékající se do bodu B. Tak zjistíme, že hranami FG a AD žádné proudy téci nemohou. Spád napětí mezi body E a B bude jednak $2\alpha I\ R$, jednak $2(\beta+\gamma)I\ R$. Dostáváme tak soustavu tří rovnic

$$\alpha = \beta + \gamma \qquad 2\alpha + \beta = 1 \qquad \beta = 2\gamma\ ,$$

odkud

$$\alpha = \frac{3}{8}, \qquad \beta = \frac{1}{4}, \qquad \gamma = \frac{1}{8}\ .$$

Odtud zřejmě hledaný odpor $R_{EB} = 3/4\ R$.

4. Kapacita a odpor soustavy elektrod

Mějme dvě elektrody určitého geometrického uspořádání a prostor mezi nimi zaplněn prostředím o malé vodivosti. Tato soustava vytvoří tedy kondenzátor o určité kapacitě C a určitém svodovém odporu R.

[4] Ve starší literatuře se toto teplo měřilo v kaloriích a ve vztahu pro energii se udával číselný koeficient 0,24.

obr. 3.16 obr. 3.17

Uvažme napřed elektrody ve tvaru dvou vodivých rovinných desek plochy S ve vzdálenosti d. Protože $C = \varepsilon \frac{S}{d}$ a $R = \frac{1}{\sigma}\,\frac{d}{S}$, dostáváme

$$R\,C \;=\; \frac{\varepsilon}{\sigma}.$$

Tento vztah platí pro elektrody jakéhokoli tvaru. Předpokládejme, že náboj je rozložen na elektrodách s (proměnnou) plošnou hustotou Σ a veďme plochu S v těsné blízkosti tohoto povrchu. Potom z Ohmova a Gaussova zákona dostaneme

$$I \;=\; \frac{U}{R} \;=\; \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S} \;=\; \sigma \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} \;=\; \sigma \int_S \frac{\Sigma}{\varepsilon}\, dS \;=\; \frac{\sigma\, Q}{\varepsilon} \;=\; \frac{\sigma}{\varepsilon} C U\,.$$

Odtud plyne opět $RC = \varepsilon/\sigma$. Známe-li tedy odpor mezi elektrodami, můžeme určit kapacitu a naopak. Všimněte si, že součin RC má rozměr času a vyjadřuje takzvanou časovou konstantu obvodu.

5. Trojúhelník a hvězda

Někdy je třeba provést takové transformace sítí, aby odpor mezi určitými body zůstal nezměněn. Typickým příkladem je přechod od uspořádání tří odporů do trojúhelníka (obr. 3.16) k uspořádání do hvězdy (obr. 3.17).

Napíšeme-li soustavu tří podmínek, aby odpory mezi body AB, AC, BC byly stejné v obou uspořádáních, dostaneme výsledek

$$R_I \;=\; \frac{R_2 R_3}{R_1+R_2+R_3}, \quad R_{II} \;=\; \frac{R_1 R_3}{R_1+R_2+R_3}, \quad R_{III} \;=\; \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2+R_3}\,.$$

6. Wheatstoneův můstek

Pro přesné měření neznámých odporů se užívá různých můstkových uspořádání. Jejich přesnost je dána tím, že při vyváženém můstku přestane některou z větví protékat proud, což lze dobře indikovat. Přesná metoda měření odporu může být pak využita například k měření teploty a dalších fyzikálních veličin.

Na obr. 3.18 je znázorněn takzvaný Wheatstoneův můstek. Při řešení pomocí Kirchhoffových zákonů bychom museli sestavit rovnice pro 3 uzly a 3 smyčky a hledat proudy v 6 větvích. Nás však zajímá pouze velikost neznámého odporu R_n v situaci, kdy je můstek vyvážen, tj. jeho diagonálou R_g neprotéká proud.

Situaci lze zjednodušit, přetransformujeme-li trojúhelník ACD na hvězdu. Pak dostaneme obvod na obr. 3.19, kde

$$R_I \;=\; \frac{R_g R_2}{R_1+R_g+R_2}\,, \qquad \ldots\,.$$

Z takto transformovaného obvodu snadno najdeme

$$R_{AB} \;=\; R_{II} \;+\; \frac{(R_{III}+R_3)(R_1+R_n)}{R_I+R_{III}+R_3+R_n}\,.$$

obr. 3.18

obr. 3.19

Proud v obvodu je pak

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_i + R_{AB}}$$

Z Kirchhoffových zákonů pro smyčky ACD a CBD a uzly $A,\ B,\ C$ najdeme proud I_g v závislosti na I:

$$I_g = \frac{R_2R_3 - R_1Rn}{R_g(R_1+R_2+R_3+R_n)+(R_1+R_2)(R_3+R_n)}\ I\ .$$

Je-li můstek vyvážen, bude $I_g = 0$ a neznámý odpor určíme jako

$$R_n = \frac{R_2R_3}{R_1}\ .$$

Definujeme-li proudovou a napěťovou citlivost můstku vůči změně R_1 jako $S_i = \frac{\partial I_g}{\partial R_1}$, $\quad S_u = \frac{\partial U_g}{\partial R_1}$, zjistíme že obě nabývají maximální hodnoty při vyváženém můstku.

3. Základy teorie vodivosti

Měrná vodivost (konduktivita), resp. její převrácená hodnota, rezistivita, charakterizuje schopnost látky vést elektrický proud, závisí na její vnitřní struktuře a mechanismu přenosu náboje. Nelze ji tedy určit teoreticky obecně, ale vždy jen pro určitý model konkretního látkového prostředí.

Podle představ klasické fyziky můžeme vytvořit model plynu tvořeného volnými nabitými částicemi (například elektrony), které se pohybují chaoticky velkými tepelnými rychlostmi (3.1) a působením elektrického pole intenzity $\vec{E}$ získají složku uspořádané rychlosti. Uvažme například měděný vodič délky l a průřezu S, k jehož koncům je přiloženo napětí U. Z Ohmova zákona zjistíme velikost uspořádané rychlosti elektronů v tomto vodiči:

$$u = \frac{j}{ne} = \frac{I}{Sne} = \frac{U}{RSne} = \frac{U}{\rho l n e}\ . \tag{3.28}$$

Dosadíme-li typické hodnoty $U = 220$ V, $l = 10$ km, koncentraci elektronů v mědi $n = 8,47.10^{28}$ m^{-3} a hodnotu rezistivity mědi $\rho = 1,7.10^{-8}$ Ω.m, vyjde nám rychlost pohybu elektronů ve vodiči $9,55.10^{-5}$ m.s^{-1}. Srovnáme-li tuto rychlost se střední tepelnou rychlostí elektronů (3.1), zjistíme, že se elektrony přemisťují ve vodiči velmi pomalu, řádově desetiny milimetru za sekundu.

Uvedeme nyní základní myšlenky tzv. *klasické teorie vodivosti*. Budeme předpokládat, že proud je zprostředkován volnými nabitými částicemi o náboji q a hmotnosti m. Má-li platit Ohmův zákon, musí být rychlost těchto částic konstantní a úměrná intenzitě pole E:

$$u = \frac{j}{nq} = \frac{\sigma}{nq}\ E\ . \tag{3.29}$$

Kdyby se však částice pohybovaly pouze pod vlivem konstantního elektrického poli, jejich rychlost by stále narůstala. Musí na ně tedy působit ještě další síla, která kompenzuje sílu elektrickou a výsledkem je pak ustálený pohyb. Tato síla je vyvolána srážkami s ionty a atomy v krystalické mřížce a jde o disipativní sílu tření, která též způsobuje přeměnu elektrické energie na energii tepelnou. Tuto disipativní sílu budeme nazývat *silou Langevinovou* $\vec{F}_L$.

Předpokládejme, že částice se mezi srážkami pohybuje pod vlivem pole rovnoměrně zrychleným pohybem, při srážce odevzdává všechnu svou kinetickou energii, ztrácí rychlost a začíná se znovu urychlovat. Vzdálenost, kterou uběhne mezi srážkami nazýváme *střední volnou dráhou* λ, dobu potřebnou k uběhnutí této dráhy *střední dobou života* τ a počet srážek za jednotku času *střední srážkovou frekvencí* ν. Je-li v střední tepelná rychlost, platí

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{v}{\lambda}\ . \tag{3.30}$$

obr. 3.20

Modelový průběh rychlosti částice v čase je na obr. 3.20.

Vidíme, že střední uspořádaná rychlost u je rovna polovině dosahované rychlosti maximální. Podle Newtonova pohybového zákona bude tedy Langevinova síla rovna

$$\vec{F}_L = -\frac{m\vec{u}_{max}}{\tau} = -2m\nu\vec{u}\,. \tag{3.31}$$

Na druhé straně tato síla musí kompenzovat elektrickou sílu

$$\vec{F}_E = q\,\vec{E} = \frac{q^2 n}{\sigma}\vec{u}\,. \tag{3.32}$$

Odtud dostáváme výraz pro konduktivitu daného prostředí

$$\sigma = \frac{1}{2}\frac{q^2 n}{m\nu} = \frac{1}{2}\frac{q^2 n\lambda}{mv}\,. \tag{3.33}$$

To je výsledek, který dává klasická teorie vodivosti založená na představě o srážkách nabitých částic. Pojem srážky je ovšem velmi obecný a charakter srážek může být různý. Srážky mezi nabitými a nenabitými částicemi jsou *blízké* a *binární*, tj. nejčastěji se srážejí vždy dvě částice, a to tehdy, dostanou-li se bezprostřední blízkosti. Střední volná dráha λ je přitom víceméně konstantní, pokud se částice při srážce příliš nedeformují. Naproti tomu srážky mezi nabitými částicemi navzájem (například elektrony s ionty plazmatu nebo krystalové mřížky) jsou *kolektivní* a *daleké*, tj. na částici působí současně více nabitých částic, a to již dříve, než se částice přiblíží (Rutherfordův rozptyl). V tom případě se střední volná dráha mění s teplotou úměrně T^2. Protože střední tepelná rychlost v závisí na teplotě jako $T^{1/2}$, můžeme z klasické teorie (3.33) určit závislost konduktivity na teplotě. [5] Pro srážky s neutrálními částicemi máme

$$\sigma \sim T^{-\frac{1}{2}}\,, \tag{3.34}$$

pro srážky s nabitými částicemi

$$\sigma \sim T^{\frac{3}{2}}\,. \tag{3.35}$$

Použitelnost klasické teorie závisí na tom, zda můžeme operovat s představou srážky částic a vhodně definovat střední srážkovou frekvenci. Koeficient 1/2 v (3.33) není samozřejmě přesný, pomocí kinetické teorie částic můžeme získat přesnější hodnoty, ale závislost na ostatních veličinách zůstává přitom zachována. Někdy není dost dobře možné srážky počítat a používat pojem srážkové frekvence. Je tomu tak například u plynů a elektrolytů, kdy se nabité částice prodírají mezi atomy nebo molekulami o vysoké koncentraci. [6]. Pak zavádíme nový důležitý pojem *pohyblivost* μ iontů nebo elektronů v daném prostředí. Konduktivitu pak zapisujeme pro jeden druh nabitých částic jako

$$\sigma = q\,n\,\mu\,, \tag{3.36}$$

[5] Přitom zanedbáme závislost koncentrace na teplotě.

[6] Názorně si lze představit situaci se srážkami jako běh lesem, kde můžeme počítat nárazy na stromy, prodírání v hustém prostředí jako pohyb v davu demonstrantů, kde nelze jednotlivé interakce oddělovat

takže srovnáním s (3.33) vidíme, že $\mu = q/(2m\nu) = u/E$. Pohyblivost tedy udává poměr uspořádané rychlosti nábojů k intenzitě pole a měří se v jednotkách $m^2.s^{-1}.V^{-1}$, které budeme dále zjednodušeně označovat SI. Určovat pohyblivosti nabitých částic výpočtem je ovšem obtížné, proto se měří experimentálně a lze je najít v tabulkách.

Z klasické teorie dostaneme také zákon Jouleův v diferenciálním tvaru. Předávají-li nabité částice při každé srážce všechnu svou energii a je-li počet srážek za jednotku času v jednotce objemu $n\nu$, bude hustota tepelného výkonu

$$p \; \frac{mu^2_{max}}{2}\, n\nu \;=\; \sigma E^2 \;,$$

což souhlasí s (3.27).

Můžeme též odhadnout *meze platnosti Ohmova zákona*, tj. podmínky, kdy konduktivita σ přestane být konstantní. Nastane to zřejmě tehdy, když střední volná dráha začne záviset na intenzitě pole a vztah mezi proudovou hustotou a polem přestane být lineární. Energie získaná částicí od pole na vzdálenosti rovné délce volné dráhy se přitom přiblíží střední tepelné energii. Ohmův zákon tedy platí, dokud je splněna podmínka

$$qE\lambda \ll kT \;.$$

Vezmeme-li pro kovový vodič délku volné dráhy rovnu řádově vzdálenosti mezi ionty krystalové mřížku $\lambda \approx 10^{-8}$ m, dostaneme při pokojové teplotě kritickou intenzitu pole, při níž Ohmův zákon přestává platit řádově $E_k = 2.10^6$ V.m^{-1}. S prodlužováním volné dráhy však hodnota kritického pole rychle klesá. U plynů je délka volné dráhy nepřímo úměrná koncentraci, a tedy tlaku plynu. Při tlaku 100 Pa bude volná dráha řádově 0,1 mm a kritické pole kolem 100 volt na metr, pro 1 Pa kolem 1 cm a Ohmův zákon přestane platit pro pole 1 volt na metr. U velmi zředěných plynů odpovídá pak volná dráha rozměrům nádoby. Z klasické teorie je též zřejmé, že Ohmův zákon nemůžeme použít na proudové impulsy kratší, než je střední doba mezi srážkami částic; uspořádaná rychlost se totiž nestačí ustálit.

Probereme nyní stručně vlastnosti jednotlivých látkových prostředí s hlediska jejich elektrické vodivosti. Obecně přitom platí, že představy a výsledky klasické teorie můžeme použít tehdy, není-li koncentrace nosičů náboje příliš vysoká a není-li absolutní teplota příliš nízká.

A) Plazma

Plazma je částečně nebo úplně ionizovaný plyn tvořený volnými elektrony, ionty a případně i neutrálními atomy. Pokud plazma není příliš husté (aby se uplatnily kvantové jevy) ani příliš horké (aby se uplatnily relativistické jevy), lze na ně dobře aplikovat klasickou teorii coulombovských srážek. Jsou-li atomy plazmatu Z-násobně ionizovány, platí mezi koncentrací elektronů a koncentrací iontů vztah $n_e = Zn_i$. Vodivost plazmatu je zprostředkována jak elektrony, tak ionty, přičemž hmotnost iontů je mnohem větší než hmotnost elektronů $M \gg m$. Jsou-li srážkové frekvence pro elektrony a ionty přibližně stejné, dostáváme z klasické teorie

$$\sigma \;=\; \frac{1}{2}\, e^2 n_e \left(\frac{1}{m\nu_e} \;+\; \frac{Z}{M\nu_i} \right) \approx \frac{1}{2}\, \frac{e^2 n_e}{m\nu_e} \;. \tag{3.37}$$

Vidíme, že vodivost plazmatu je zprostředkována především pohyblivějšími elektrony a klasická teorie dává dobrý souhlas s experimentem.

Také teplotní závislost vodivosti plazmatu dobře souhlasí s klasickou teorií. Vodivost plazmatu s teplotou roste, což omezuje možnost ohřát plazma v termojaderných zařízeních ohmickým teplem na více než asi 5 milionů kelvinů.

B) Elektrolyty

Klasická teorie vodivosti byla vytvořena začátkem našeho století právě k vysvětlení vodivosti elektrolytů. Elektrolyty představují vodní roztoky látek, jejichž molekuly se zde disociují na kladné (anionty) a záporné (kationty) ionty. Tyto ionty mohou ovšem též zpětně rekombinovat na neutrální molekuly, takže vzniká dynamická disociační rovnováha a ustaluje se určitá iontová koncentrace. Protéká-li elektrolytem proud, tj. jsou-li ionty z roztoku odváděny, tato rovnováha se neustále obnovuje.

obr. 3.21

Podle klasické teorie je vodivost elektrolytu dána vztahem

$$\sigma \;=\; q_+ n_+ \mu_+ \;+\; q_- n_- \mu_- \;. \tag{3.38}$$

Pohyblivost iontů ve vodě najdeme v tabulkách (například pro Na^+ je $\mu = 4,5.10^{-8}$ SI, pro Cl^- je $\mu = 6,8.10^{-8}$ SI), a je tedy třeba znát koncentraci iontů. Poměr disociovaných molekul k celkovému počtu molekul rozpuštěné látky nazýváme *stupněm disociace* α a určujeme jej právě na základě měřené vodivosti elektrolytu.

Tato vodivost silně závisí na koncentraci rozpuštěné látky c. Je-li koncentrace roztoku nízká, bude vodivost malá, neboť je k dispozici málo iontů. Je-li naopak koncentrace příliš vysoká, bude vodivost rovněž malá, neboť stupeň disociace klesne a rovněž pohyblivost iontů se sníží. Tuto závislost ukazuje obr. 3.21.

V rovnovážném stavu se vyrovnává přírůstek iontů disociací (úměrný počtu nedisociovaných molekul $k_1(1-\alpha)c$) a úbytek rekombinací (úměrný součinu počtu kladných a záporných iontů $k_2\alpha^2c^2$). Odtud dostáváme takzvanou *disociační konstantu*

$$K \;=\; c\,\frac{\alpha^2}{1-\alpha}\;,$$

která vyjadřuje podíl pravděpodobnosti disociace a rekombinace v daném roztoku.

Je-li n_0 koncentrace molekul rozpuštěné látky a α stupeň disociace, bude příspěvek jednoho druhu iontů nesoucích náboj Ze k vodivosti

$$\sigma \;=\; Z\;e\;\alpha\;n_0\;\mu. \tag{3.39}$$

Známe-li koncentraci roztoku a změříme-li vodivost, můžeme odtud určit stupeň disociace a disociační konstantu.

Při měření však obvykle postupujeme tak, že zavádíme tzv. *molární vodivost* (ekvivalentovou vodivost) Λ vztahem

$$\Lambda \;=\; \frac{\sigma}{\eta},$$

kde η je molární koncentrace, tj. počet molů rozpuštěné látky v jednotce objemu s uvážením valence iontů:

$$\eta \;=\; \frac{Z\;n_0}{N_A}\;, \tag{3.40}$$

kde N_A je Avogadrova konstanta. Úpravou (3.39) dostaneme

$$\sigma \;=\; \alpha\;\mu\;N_A\;e\,\frac{Z\;n_0}{N_A} \;=\; \alpha\;\mu\;F\;\eta\;, \tag{3.41}$$

kde $F = N_A e$ je Faradayův náboj.

Molární vodivost je tedy rovna $\Lambda = \alpha \mu F$. Extrapolujeme-li ji do oblasti velmi malých koncentrací, kdy můžeme očekávat úplnou disociaci ($\alpha = 1$), dostáváme tzv. *molární vodivost při nekonečném zředění* $\Lambda_\infty = \mu F$. Stupeň disociace tedy zjistíme experimentálně jako podíl

$$\alpha \; = \; \frac{\Lambda}{\Lambda_\infty} \tag{3.42}$$

(*Arrheniův vztah*) a disociační konstantu jako

$$K \; = \; c \, \frac{\Lambda^2}{\Lambda_\infty (\Lambda_\infty \; - \; \Lambda)} \tag{3.43}$$

(*Ostwaldův zřeďovací zákon*).

Uvedená teorie disociace elektrolytů náleží S. Arrheniovi (1887) a platí dobře pro slabé elektrolyty o nepříliš velké vodivosti. U silných elektrolytů je třeba vzít v úvahu i vzájemnou interakci mezi ionty (P. Debye, E. Hückel).

Připomeneme ještě známé dva *Faradayovy zákony elektrolýzy.* Projde-li elektrolytem náboj Q přenesený například N ionty o hmotnosti m_i, molární hmotnosti M_i a náboji Ze, potom *hmotnost přenesené látky M je úměrné prošlému náboji* (1. zákon):

$$M \; = \; m_i \, N \; = \; \frac{M_i}{N_A} \, \frac{Q}{Ze} \; = \; A \, Q. \tag{3.44}$$

Konstanta úměrnosti $A = M_i/(ZF)$ se nazývá *elektrochemický ekvivalent* a udává se v kilogramech na coulomb. Jeho význam je patrný z 2. zákona: *Projde-li dvěma roztoky různých elektrolytů týž náboj Q, bude poměr hmotností vyloučených látek roven poměru jejich chemických ekvivalentů.* Plyne odtud, že k vyloučení jednoho molu chemických ekvivalentů libovolné látky (tj. jednoho molu jednovalentních iontů se $Z = 0$) je zapotřebí právě Faradayova náboje.

Jako příklad stanovíme konduktivitu čisté destilované vody. Předpokládejme zjednodušeně, že ji zprostředku kationty vodíku H^+ a anionty hydroxylu OH^-, jejichž pohyblivosti ve vodě při pokojové teplotě jsou $\mu_+ = 3,2.10^{-7}$ SI, $\mu_- = 1,8.10^{-7}$ SI. Tyto ionty jsou v čisté vodě stále přítomny, a to v rovnovážné molární koncentraci $N_{mi} = 10^{-4}$ mol.m^{-3} (10^{-7}mol.l^{-1}). Stanovíme nejdříve stupeň disociace. Protože 1 mol představuje 18 g vody, je v jednom kubickém metru $10^6/18 = 5,5.10^4$ mol nedisociovaných molekul. Stupeň disociace je tedy nepatrný, $\alpha = 1,8.10^{-9}$. Dosadíme-li do výrazu pro vodivost elektrolytů (3.38) koncentraci iontů $n_i = N_{mi}.N_A = 6,02.10^{19}$, dostaneme $\sigma = 4,8.10^{-6}$ $(\Omega.\mathrm{m})^{-1}$.

Vodivost vody se ovšem drasticky zvýší, rozpustíme-li v ní nepatrné množství soli. Roztok chloridu sodného v koncentraci pouhé desetitisíciny procenta (1 gram v kubickém metru vody) dá koncentraci iontů 10^{22} m^{-3} a vodivost $1,8.10^{-4}$ $(\Omega.\mathrm{m})^{-1}$, tedy o dva řády vyšší než u čisté vody. Při tak malé koncentraci jsme předpokládali stupeň disociace rovný jedné. Můžete nyní sami odhadnout vodivost mořské vody a uvědomit si, že Země je na svém povrchu velmi dobře vodivá koule.

C) Plyny

K tomu, aby čistý plyn mohl vést elektrický proud je zapotřebí přítomnosti alespoň malé koncentrace iontů. [7] Tyto ionty vznikají buď uměle působením různých ionizačních činitel (uf, rtg, gamma záření) nebo přirozeně vlivem všudypřítomného záření kosmického a záření radioaktivních nuklidů obsažených v zemské kůře. Tak se ve vzduchu v 1 kubickém metru každou sekundu stále tvoří v průměru $\Delta n = 5.10^6$ iontů; nad mořskou hladinou o něco méně, nad souší o něco více. Tyto ionty opět zanikají rekombinací a setkáváme se opět s rovnovážným stavem mezi ionizací a rekombinací jako v případě elektrolytů. Je-li koncentrace molekul neionizovaného plynu n a α stupeň ionizace, dostáváme rovnici ionizační rovnováhy

$$\Delta n \; = \; k_1 \, (1 - \alpha) \, n \; = \; k_2 (\alpha n)^2, \qquad K \; = \; n \, \frac{\alpha_2}{1 - \alpha)} \; .$$

[7] Pokud ionty ve velmi malém objemu nejsou přítomny vůbec, je podle kvantové fyziky možná ionizace v extrémně silném elektrickém poli, vytvářeném například laserovým paprskem. Pak dochází k jiskrovému výboji.

obr. 3.22

Při malých napětích tak bude ve vzduchu protékat elektrický proud podle Ohmova zákona - mluvíme o *nesamostatné vodivosti plynů*. S rostoucím napětím se ovšem dostaví jev saturace. Až všechny vznikající náboje začnou putovat k elektrodám, nemůže se již proud dále zvětšovat. Mezi hodnotou nasyceného proudu a tvorbou iontů existuje jednoduchý vztah. Je-li l vzdálenost elektrod a S jejich plocha, platí

$$\Delta n \;=\; \frac{j_s}{ql} \;=\; \frac{I_s}{qlS} \;=\; \frac{I_s}{qV} \;.$$

Rychlost tvorby iontů můžeme tedy určit ze změřeného nasyceného proudu. Rovnovážná iontová koncentrace pak souvisí s Δn vztahem

$$n_i \;=\; \alpha n \;=\; \sqrt{\frac{\Delta n}{k_2}} \;,$$

kde k_2 je koeficient rekombinace, který můžeme pro čistý vzduch odhadnout na $k_2 = 1,67.10^{-12}$ m^{3}s^{-1}. [8] Pak již můžeme určit vodivost plynu podle (3.38).

Jako příklad odhadneme konduktivitu čistého vzduchu. Jestliže ji zprostředkují kladné a záporné ionty dusíku, najdeme v tabulkách jejich pohyblivosti ve vzduchu za normálních podmínek: $\mu_+ = 1,2.10^{-4}$ SI, $\mu_- = 1,8.10^{-4}$ SI. Potom máme

$$\sigma \;=\; e\; n_i(\mu_+ + \mu_-) \;=\; 3,7.10^{-17}\sqrt{\Delta n} \;=\; 8,3.10^{-14}\;(\Omega.\mathrm{m})^{-1} \;.$$

Tento výsledek je ovšem pouze orientační a závisí na mnoha faktorech. Nicméně je skutečností, že zemská atmosféra je vodivá, tato vodivost se mění s výškou a atmosférou neustále protékají proudy mezi dvěma obrovskými kulovými elektrodami - ionosférou a zemským povrchem.

Voltampérová charakteristika elektrického výboje v plynu je na obr. 3.22. Pro malá napětí platí Ohmův zákon, pak nastupuje oblast nasyceného proudu. Při dalším růstu napětí sice proud neroste, ale nabité částice (ionty, elektrony) zvětšují svou energii. Dosáhnou-li energie potřebné k ionizaci neutrálních atomů, začne se počet nosičů lavinovitě rozrůstat a výboj přejde do oblasti samostatného výboje (prudký vzrůst proudu na obr. 3.22).

Samostatné stacionární výboje v plynech mohou mít různý charakter. Při sníženém tlaku plynu $(1 - 10^3)$ Pa vzniká po dosažení zápalného napětí takzvaný *doutnavý výboj* doprovázený světelným zářením charakteristického zbarvení a spektra. Typické proudy u doutnavého výboje jsou $(10^{-1} \;-\; 10)$ A.m^{-2}. Rozložení napětí podél výbojové dráhy je velmi nerovnoměrné, největší spád je soustředěn v blízkosti katody.

Jiným typem samostatného výboje je *obloukový výboj*, který vzniká při atmosférickém tlaku mezi dvojicí uhlíkových elektrod. Elektrody se musí nejdříve dotknout a zahřát se Jouleovým teplem. Po oddálení pak

[8] Jsou-li ve vzduchu částice prachu, mohou ionty zanikat na nich, a to podstatně rychleji. Potom $\Delta n = kn_i$, $\quad k \sim 10^{-2}$ s^{-1}.

již výboj hoří samostatně při relativně malých napětích (20 - 50 V) a velkých proudech (10^5 A.m^{-2} a více). Elektrody se přitom silně zahřívají a poskytují výkonný světelný zdroj.

Při vysokém napětí může existovat celá řada samostatných nestacionárních výbojů (*jiskrový výboj*), jejichž studium má velký praktický význam.

D) Vakuum

Mějme dvě rovinné deskové elektrody ve vzdálenosti l, v prostoru mezi nimi vakuum a na nich přiloženo napětí U. S takovou situací se setkáváme v elektronkách. Aby mezi elektrodami mohl protékat proud, musí se jedna z nich, katoda, stát zdrojem elektronů. Elektrony se obecně mohou uvolňovat z povrchu pevných látek v procesu, který nazýváme *emisí*. K výstupu elektronu z kovu či polovodiče je třeba mu dodat energii odpovídající takzvané *výstupní práci*. Podle charakteru této energie mluvíme o *termoemisi, fotoemisi, autoemisi* v silném elektrickém poli, *sekundární emisi* vyvolané dopadem rychlých částic atd.

Emituje-li katoda elektrony, můžeme zřejmě opět rozlišovat oblast nenasyceného proudu při nízkých napětích a nasyceného proudu při vyšších napětích. Hodnota nasyceného proudu bude záviset na materiálu katody a její teplotě. [9]

V oblasti nenasyceného proudu nebude proud dán vlastnostmi katody a také se nebude řídit Ohmovým zákonem, protože zde neexistují srážky s částicemi prostředí. Je proto nanejvýš zajímavé zjistit, jak bude proud mezi elektrodami v tomto případě záviset na napětí. Požadujeme, aby se mezi elektrodami ustavil stacionární proud a všechny veličiny byly pouze funkcí vzdálenosti od katody x. Předpokládáme přitom, že elektrony vyletují z katody nulovou rychlostí a dále že potenciál a intenzita pole u katody jsou nulové:

$$\varphi(0) = 0, \qquad \varphi'(0) = E(0) = 0 .$$

Funkce φ představuje potenciál stacionárního elektrického pole a musí proto vyhovovat Laplaceově-Poissonově rovnici:

$$\frac{d^2 \varphi}{d x^2} = - \frac{\rho}{\varepsilon_0} . \tag{3.45}$$

Dále musí platit rovnice kontinuity pro stacionární proud a zákon zachování energie:

$$\operatorname{div} \vec{j} = \frac{d j}{d x} = 0, \qquad j = - \rho v = \text{konst}, \qquad \frac{m v^2}{2} = e \varphi .$$

(Vzali jsme v úvahu, že záporný elektronový náboj se pohybuje v kladném směru osy x.) Dosadíme-li do (3.45) za ρ pomocí j a φ, dostaneme obyčejnou diferenciální rovnici druhého řádu

$$\frac{d^2 \varphi}{d x^2} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}}\, j \, \frac{1}{\sqrt{\varphi}} = C \frac{1}{\sqrt{\varphi}} .$$

Vynásobením této rovnice $d\varphi/dx$ a zintegrováním dostaneme

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d \varphi}{d x} \right)^2 = 2C \sqrt{\varphi} .$$

Odtud vypočítáme $d\varphi/dx$ a ještě jednou zintegrujeme. Dostaneme

$$\varphi = \left(\frac{9}{4} \frac{1}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}}\, j \right)^{2/3} x^{4/3} .$$

Vidíme, že v prostoru mezi elektrodami je proudová hustota j všude konstantní, potenciál se mění podle zákona $\sim x^{4/3}$, rychlost jako $\sim x^{2/3}$ a hustota náboje jako $\sim x^{-2/3}$.

[9] Z kvantové fyziky vyplývá pro hodnotu nasyceného proudu *vztah Richardsonův-Dushmanův*:

$$j_s = A\, T^2 \exp\left(- \frac{e \varphi}{k\, T} \right) ,$$

kde $e\varphi$ je výstupní práce, k Boltzmannova konstanta a A konstanta téměř stejná pro všechny látky a rovná přibližně $A = 1,2.10^6$ A.m^{-2}.K^{-2}.

Dosadíme-li za $x = l$ a vynásobíme proudovou hustotu plochou elektrod, dostaneme takzvaný *Langmuirův třípolovinový zákon*:

$$I = K\,U^{\frac{3}{2}}, \qquad K = \frac{4\varepsilon_0 S}{9l^2}\sqrt{\frac{2e}{m}}\,, \tag{3.46}$$

který zde nahrazuje zákon Ohmův.

E) Pevné látky

Pokusme se aplikovat klasickou teorii vodivosti na typický kovový, například stříbrný vodič. Předně musíme vědět, které nabité částice jsou zde nositelem proudu. Experimentálně to lze ověřit vtipnou metodou, kterou použili *R.G.Tolman a T.D.Stewart* v roce 1917. Vyšli z předpokladu, že jsou-li ve vodiči volně pohyblivé částice, musí se podřizovat zákonu setrvačnosti a uvedeme-li vodič do pohybu a prudce zbrzdíme, musí být vrženy ve směru pohybu vodiče stejně jako pasažéři v dopravním prostředku. Tuto metodu používáme, když třepeme krabičkou zápalek, abychom zjistili, zda je plná.

Pohybuje-li se vodič délky l rychlostí v a je-li zbrzděn za dobu Δt, působí na volné nabité částice setrvačná síla, která je ekvivalentní síle elektrického pole E:

$$m\,a = m\,\frac{v}{\Delta t} = q\,E\,.$$

Napětí $U = El$ vyvolá proudový impuls $I = U/R$ a na koncích bude možno balistickým galvanometrem změřit objevivší se náboj

$$Q = I\,\Delta t = \frac{m\,v\,l}{q\,R}\,.$$

V tomto vztahu známe všechny veličiny kromě měrného náboje částic q/m, který můžeme právě tímto pokusem určit. Přesnost měření bude zřejmě tím větší, čím bude vodič delší, čím rychleji se bude pohybovat a čím prudčeji jej zbrzdíme. Tolman a Stewart použili zařízení na obr. 3.23.

Cívku s navinutým dlouhým drátem uvedli do rychlé rotace, pak ji prudce zbrzdili a změřili náboj na koncích drátu. Délka drátu byla asi 500 m, obvodová rychlost 300 ms^{-1} a doba brzdění 0,1 s. Pro měď, stříbro a hliník tato měření potvrdila, že elektrický proud je přenášen volnými elektrony. U všech kovů tomu tak ale není, může se uplatnit například i děrová vodivost nebo dokonce i iontová (pevné elektrolyty). S Tolmanovým - Stewartovým jevem se setkáváme i jindy. Například u dělostřeleckého granátu, který je náhle zastaven v pancíři, se na předním konci objeví záporný náboj.

obr. 3.23

Použijeme nyní výraz pro vodivost (3.33). Vezmeme-li experimentální hodnotu konduktivity stříbra $\sigma = 6,2.10^7$ S.m^{-1}, elektronovou koncentraci $5,8.10^{28}$ m^{-3}, střední tepelnou rychlost $1,1.10^5$m.s^{-1}, dostaneme střední délku volné dráhy $\lambda = 8,3.10^{-9} \approx 10^{-8}$m. Snadno však zjistíme, že vzdálenost mezi ionty krystalové mřížky (mřížková konstanta) je o dva řády menší, $\sim 10^{-10}$ m! To by znamenalo, že elektron mine při pohybu krystalem stříbra stovky iontů, aniž by došlo k jediné srážce. Také teplotní závislost konduktivity nesouhlasí s klasickou teorií. Při srážkách s ionty by měla elektrická vodivost s rostoucí teplotou růst, zatímco u kovů klesá.

Takový nesouhlas nasvědčuje tomu, že vodivost kovů nemůžeme popsat pomocí zákonů klasické fyziky. Souvisí to s vysokou hustotou částic, řádově 10^{28} m^{-3} a více, kdy se již uplatní kvantové jevy. Elektrony přitom projevují vlnové vlastnosti, místo srážek v klasickém smyslu probíhá rozptyl vln a také ionty

obr. 3.24

krystalové mřížky jsou v oscilačním pohybu. Podle zákonů kvantové fyziky energie těchto vln a kmitů je kvantována, tj. může nabývat jen určitých dovolených hodnot. Je známo, že v atomech a molekulách exstuje vždy celá soustava dovolených kvantových hladin. Řešíme-li úlohu o pohybu elektronu v periodické struktuře krystalu, dostali bychom v modelu nekonečně rozlehlého krystalu dovolené a zakázané energetické *pásy* (zóny). Prostože krystal má konečné rozměry, jsou dovolené pásy tvořeny velkým množstvím těsně přiléhajících energetických hladin. Obsazování těchto hladin se děje v souladu s Pauliho principem, takže v každém pásu může být jen určitý konečný počet elektronů. Pás s nižší energií, kde jsou elektrony pevněji vázány, nazýváme valenčním, periferní pás s vyšší energií vodivostním. Oba pásy jsou odděleny zakázaným pásem, který elektrony nemohou překonat, pokud jim není dodána energie odpovídající šířce tohoto pásu.

U kovů je valenční pás zcela zaplněn a ve vodivostním pásu je určitý počet elektronů až po tzv. Fermiho hladinu, která je u různých kovů různá. Elektrony ve vodivostním pásu mohou získávat dodatečnou kinetickou energii, přecházet na vyšší hladiny a vést tak proud. Naproti tomu u polovodičů a dielektrik nejsou ve vodivostním pásu k dispozici volné elektrony a mohou se sem dostat jen z valenčního pásu po získání potřebné energie. Tak u polovodičů je možno vyvolat vodivost osvětlením, zahřátím, elektrickým polem apod. Vodivost polovodičů závisí také silně na jejich čistotě. Právě dodáním příměsí (donorů nebo akceptorů elektronů) vytváříme dodatečné úzké příměsové pásy uvnitř zakázaného pásu, které usnadňují vznik vodivosti. Vodivost polovodičů může přitom být jednak elektronová (typu n), jednak děrová (typu p), kdy se přemisťují díry po chybějících elektronech. Situace je zjednodušeně znázorněna na obr. 3.24.

Důležité je též zkoumat, jak závisí konduktivita pevných látek na teplotě. Je zajímavé, že zatímco teplotní závislost konduktivity není v souhlase s klasickou teorií, je při vyšších teplotách dobře splněn *Wiedemannův - Franzův zákon*, nazývaný též *zákon Lorentzův - Lorenzův*. Ten udává poměr mezi tepelnou a elektrickou vodivostí kovů jako úměrný absolutní teplotě a lze jej odvodit z klasických představ:

$$\frac{\Lambda}{\sigma} \;=\; \frac{\pi^2 k^2}{3e^2}\, T \;=\; L\, T. \tag{3.47}$$

Zde Λ je součinitel tepelné vodivosti, k Boltzmannova konstanta a tzv. Lorenzův součinitel L je stejný pro všechny kovy a roven $L = (2,3\ - 2,5).10^{-8}\ \mathrm{V}^2.\mathrm{K}^{-2}$. Wiedemannův - Franzův zákon ukazuje, že elektricky dobře vodivé kovy jsou také dobrými vodiči tepla.

Pro teploty vyšší než tzv. Debyeova teplota [10] roste měrný odpor kovů lineárně s Celsiovou teplotou podle známého zákona [11]

$$\rho \;=\; \rho_0\,(1+\alpha t) \;=\; \rho_0(1 - 273,15\alpha + \alpha T) \;\approx\; \alpha\,\rho_0\,T\,. \tag{3.48}$$

Teplotní součinitel odporu α má hodnotu $\alpha \approx 0,004 \simeq 1/273,15\mathrm{K}^{-1}$, takže dostáváme téměř přímou úměrnost v absolutní teplotě (obr. 3.25).

[10] Debyeova teplota souvisí se spektrem kmitů krystalové mřížky a odpovídá pro měď asi 330 K.

[11] Přesněji se uvažuje ještě kvadratický člen βt^2

Při teplotách podstatně nižších než Debyeova lze teplotní závislost měrného odporu aproximovat závislostí $\sim T^5$; obecně dává kvantová fyzika poměrně komplikovanou závislost vyjádřenou tzv. *Grüneisenovou funkcí.* Při dosažení tzv.*kritické teploty* T_c dochází u mnoha látek k náhlému poklesu odporu a projevuje se jev supravodivosti, o němž pojednáme dále.

obr. 3.25

Na rozdíl od kovů měrný odpor polovodičů s rostoucí teplotou klesá, a to podle funkce

$$\rho \;=\; \rho_0 \exp\left(\frac{E_g}{2kT}\right) , \tag{3.49}$$

kde E_g je šířka zakázaného pásu. V praxi se ovšem využívá příměsové vodivosti polovodičů. Zvláštní význam pak mají přechody mezi polovodiči o různém typu vodivosti (n, p), které umožňují vytvářet polovodičové diody, triody, tranzistory a další prvky, jimiž se zabývá elektronika.

Uvedeme některé orientační hodnoty rezistivity ρ při pokojové teplotě a teplotního koeficientu odporu α různých pevných látek:

látka	$\rho[\Omega.\mathrm{m}]$	$10^3\ \alpha[\mathrm{K}^{-1}]$
stříbro	$1,6.10^{-8}$	$3,8$
měď	$1,7.10^{-8}$	$3,9$
hliník	$2,8.10^{-8}$	$4,9$
wolfram	$5,5.10^{-8}$	$4,5$
železo	$9,8.10^{-8}$	$5,0$
platina	$1,1.10^{-7}$	$3,9$
olovo	$2,1.10^{-7}$	$4,2$
rtuť	$9,6.10^{-7}$	$1,0$
bismut	$1,2.10^{-6}$	$4,5$
manganin	$4,2.10^{-7}$	$0,02$
konstantan	$5,0.10^{-7}$	$0,05$
uhlík	$5,0.10^{-5}$	$-\ 0,8$
sklo	$10^9\ -\ 10^{12}$	$-$
polystyrol	$10^{10}\ -\ 10^{15}$	$-$

F) Supravodiče

Při poklesu teploty k absolutní nule dochází u mnoha látek k náhlému vymizení elektrického odporu. Tento jev se nazývá *supravodivostí* a byl poprvé pozorován v roce 1911 H. Kammerlinghem Onnesem v holandském Leidenu. Zkapalněním helia se podařilo dosáhnout teploty 4,12 K, při níž odpor rtuti klesl na nulovou hodnotu (řádově 10^{-25} Ω.m). Není třeba zdůrazňovat, že jev supravodivosti, kdyby se jej podařilo technicky běžně zvládnout, by znamenal revoluci v elektrotechnice, umožnil by odstranit ztráty energie Jouleovým teplem, usnadnil by přenos elektrické energie na velké vzdálenosti, vytváření silných magnetických polí, zvýšení jakosti rezonančních obvodů atd.

Od chvíle objevu byl jev intenzivně studován, teoreticky i experimentálně. Vedle rtuti byla pozorována supravodivost u řady dalších prvků, slitin a sloučenin. Úsilí se soustředilo především na zvýšení kritické teploty, při níž supravodivost nastává, aby nebylo nutné provádět náročné chlazení vodičů kapalným heliem. Byla též zjištěna důležitá závislost supravodivých vlastností na vnějším magnetickém poli, které může za určitých podmínek supravodivost zrušit. U tzv. supravodičů prvního typu se kritické teploty pohybují pod 10 K (Al 1,17 K, Sn 3,70 K, Pb 7,20 K, Nb 9,25 K) a kritické magnetické pole je řádově

$10^{-1} - 10^{-2}$ T. Uplatňuje se zde též *Meissnerův - Ochsenfeldův jev*, podle něhož je uvnitř supravodiče magnetické pole vždy nulové. Takový supravodič tedy vytěsňuje magnetické pole ze svého objemu a chová se vůči magnetickému poli podobně jako vodič vůči poli elektrostatickému.

U supravodičů druhého typu může supravodivost trvat i při vyšších magnetických polích (několik desítek tesla), přičemž v supravodivém stavu je jen část průřezu supravodiče. Proudová hustota zde může dosahovat obrovských hodnot až 10^9 A.m^{-2}, což má nesmírný technický význam. K takovým supravodičům patří řada speciálních slitin (Nb-Zr, Nb-Ti, Nb_3Sn) a další. Rekordně vysoké kritické teploty se podařilo dosáhnout u Nb_3Ge, a to 23,2 K. Tato teplota již přesahuje bod varu vodíku (20,4 K).

Velké překvapení vyvolal objev tzv. "vysokoteplotní supravodivosti" některých keramik (jinak typických izolantů), chemického složení BaLaCuO, BaYCuO, připravených poměrně nenáročným technologickým postupem J.G.Bednorzem a K.A.Müllerem v Zürichu v roce 1986. Kritické teploty těchto materiálů přesahují bod varu dusíku (77,3K) a probíhá intenzivní úsilí připravit z nich technicky využitelné materiály, případně udržet jejich supravodivé vlastnosti při pokojových teplotách.

Pokusy o teoretické vysvětlení supravodivosti probíhají již několik desetiletí. Jejich úspěšným vyvrcholením byla kvantová mikroskopická teorie BCS (J.Bardeen, L.N.Cooper, J.R.Schriffer) z roku 1957. Je založena na představě o vzájemném působení elektronů s kmity krystalické mřížky při nízkých teplotách, která vede k vytváření elektronových *Cooperových párů*. Tyto elektronové páry s vykompenzovanými spiny se chovají jeko bosony, nepodřizují se Pauliho principu a jejich vzájemná korelace zůstává zachována na značné vzdálenosti.[12]

Supravodivost úzce souvisí s tzv. *Josephsonovými jevy*, které jsou založeny na korelaci elektronů ve dvou částech supravodiče oddělených tenkou vrstvou nevodiče. Na základě těchto jevů se podařilo sestrojit zařízení umožňující měřit nepatrná napětí a magnetická pole.

4. Zdroje elektromotorického napětí

Uvedli jsme, že stacionární proud může protékat obvodem jen působí-li zde zdroj elektromotorického napětí, existují-li zde potenciálové skoky a je-li nábojům dodávána energie. Taková situace vzniká v nehomogenních obvodech, kde se stýkají vodiče různých druhů nebo vystavené různým podmínkám. Obvykle přitom rozlišujeme *vodiče prvního druhu*, které se při průchodu proudu chemicky nemění a *vodiče druhého druhu*, jako například elektrolyty, v nichž při průchodu proudu dochází k chemickým reakcím. Všimneme si krátce jen dvou typů zdrojů emn, a to *článků galvanických* a *termočlánků.*

Články galvanické

Historicky prvním zdrojem elektromotorického napětí byl Voltův galvanický článek, k němuž byl Volta inspirován Galvaniho pokusy s živočišnou elektřinou. Voltův článek pochází z roku 1800 a představoval soustavu tvořenou měděnou a olověnou elektrodou oddělených kartonem nasyceným slanou vodou. Baterie takových článků spojených v sérii (Voltův sloup) dávaly napětí stovek a tisíců voltů a umožňovaly demonstrovat efektní experimenty. Vedle toho bylo s jejich pomocí provádět elektrolýzu, což mělo velký význam pro elektrochemii a umožnilo objev několika nových prvků. Volta sám nedovedl objasnit, kde se bere energie k udržování stacionárního proudu; dnes víme, že jde o energii chemických reakcí probíhajících na elektrodách.

Ponoříme-li do elektrolytu dvě elektrody z různých kovů, vzniknou na nich potenciálové skoky nazývané *elektrodovými potenciály.* Kov má tendenci se rozpouštet, jeho kladné ionty přecházejí do roztoku a elektroda (katoda) se nabíjí záporně. Na druhé elektrodě (anodě) se kladné ionty opět zabudovávají do krystalické mřížky elektrody a vzniká zde nedostatek elektronů. Postupně se vytvoří stacionární stav a proud se uzavírá elektrony v kovu a ionty v elektrolytu.

[12]K bosonům patří například fotony, které vytvářejí elektromagnetickou vlnu a pohybují se zde bez vzájemného "tření". Podobně i pohyb částic vytvářejících atomové jádro odpovídá supravodivému stavu.

obr. 3.26 obr. 3.27

Elektrodové potenciály se obvykle udávají jako tzv. *standartní* nebo *normální* potenciály vztažené k vodíkové elektrodě. Vodíková elektroda je platinová elektroda nasycená vodíkem a ponořená do roztoku s normální koncentrací vodíkových iontů. Uvedeme normální potenciály pro některé elektrody (ve voltech):

Zn +0,76 Fe +0,43 Cd 0,40 Ni +0,22 Pb +0,12 Cu -0,34 Ag -0,80 Hg -0,86.

Odtud snadno určíme, že například článek s jednou zinkovou a jednou měděnou elektrodou bude dávat napětí 1,1 V.

Důležitým jevem, který se uplatňuje u galvanických článků je tzv. *polarizace elektrod.* V důsledku chemických procesů se mění povrch elektrod, ty se pokrývají povlakem kovu, probíhají chemické změny v elektrolytu poblíž elektrod. Tím se mění elektrodové potenciály a obecně dochází k poklesu napětí článku. Výsledek se jeví tak, jako by v obvodu působilo dodatečné tzv. *polarizační napětí* $\mathcal{E}_p$ a voltampérová charakteristika je znázorněna na obr. 3.26. Ohmův a Jouleův zákon můžeme psát ve tvaru

$$I = \frac{U - \mathcal{E}_p}{R}, \qquad A = (R\, I^2 + \mathcal{E}_p\, I)\, \Delta t. \tag{3.50}$$

Rozlišujeme dva typy galvanických článků - *primární, nevratné* a *sekundární, vratné*, nazývané též *akumulátory.* U primárních článků je polarizace elektrod nežádoucí, neboť vede k poměrně rychlému poklesu emn. Snažíme se proto různým způsobem této polarizaci bránit. Tak u *Daniellova článku* (obr. 3.27) je zinková elektroda ponořena do roztoku síranu zinečnatého, měděná elektroda do roztoku síranu měďnatého a oba roztoky jsou odděleny pórovitou membránou. Důmyslná konstrukce *Westonova článku*, kde katodu představuje amalgam kadmia, anoda je rtuťová a elektrolytem je roztok síranu kademnatého, téměř vylučuje změny na elektrodách a slouží dokonce jako etalon emn (1,01865 V při 20 stupních C). *Grenetův článek* má zinkovou a uhlíkovou elektrodu a za elektrolyt roztok dvojchromanu draselného s kyselinou sírovou (emn 2,0 V). V praxi se nejčastěji používá *Leclanchéův suchý článek.* Je tvořen zinkovou nádobkou, která obsahuje vodný roztok pastovité konzistence salmiaku a chloridu zinečnatého; jako anoda slouží uhlíková tyčinka obklopená vrstvou burelu. Při odběru proudu se zinková elektroda rozpouští. V okolí uhlíkové elektrody se burel redukuje vyloučeným vodíkem na Mn_2O_3 a vzniklý amoniak spolu s ionty zinku vytváří komplexní kationty $[Zn(NH_3)_3]^{2+}$. Elektromotorické napětí je 1,5 V.

Ze sekundárních článků je nejčastěji používán *olověný akumulátor.* Obě elektrody jsou olověné, elektrolytem je 25 - 30 % kyselina sírová, která vytvoří na elektrodách vrstvu síranu olovnatého. Při nabíjení se na katodě síran olovnatý redukuje na olovo a na anodě se oxiduje na oxid olovičitý. Při odběru proudu se opět vytváří síran olovnatý. Emn je asi 2,1 V a s vybíjením postupně klesá. Užívá se též akumulátorů Ni - Fe a Ni - Cd, které jsou trvanlivější, jsou však dražší a mají větší vnitřní odpor.

Vedle galvanických článků s elektrolytem se od 60. let úspěšně využívá takzvaných *palivových článků*, které pracují vlastně na principu opačném k elektrolýze. V nich probíhají bouřlivé chemické reakce v plynném prostředí (například mezi kyslíkem a vodíkem), a to ve dvou prostorově oddělených oblastech při

obr. 3.28

elektrodách. Palivové články se uplatňují v pohonu ponorek, kosmických aparatur apod. Vyřešení úkolu konstrukce vhodných chemických zdrojů k elektrickému pohonu dopravních prostředků by mělo obrovský ekonomický a ekologický význam.

Termočlánky

V roce 1821 pozoroval T.J.Seebeck poprvé takzvaný *termoelektrický jev*. Mějme v nehomogenním obvodu dva různé vodiče prvního druhu. Na jejich styku vzniká tzv. *kontaktní napětí*. Zjistil to už Volta a sestavil řadu kovů, z nichž každý se při dotyku s libovolným následujícím nabíjí kladně (v závorce uvedena orientační hodnota výstupní práce elektronů v elektronvoltech; elektrony snáze přecházejí z kovu o nižší výstupní práce do kovu o vyšší výstupní práci):

Al(4,2), Zn(4,3), Sn(4,4), Pb(4,4), Hg(4,5), Fe(4,7), Cu(4,8), Ag(4,8), Au(4,9), Pt(5,3).

Vidíme, že velikosti kontaktního napětí dané rozdílem výstupních prací dosahují desetin voltu až voltů. Je-li přitom spojeno více různých kovů v sérii, záleží podle *Voltova zákona* jen na prvním a posledním kovu v řadě. Vznik kontaktního napětí je možno přičíst jednak rozdílné výstupní práci elektronů z různých kovů, jednak různé elektronové koncentraci. Představme si situaci na přechodu mezi kovovými vodiči 1 a 2 průřezu ΔS, kdy elektronové koncentrace v těchto kovech jsou n_1, n_2 (obr. 3.28).

Použijme klasickou představu o elektronovém plynu a vyjádřeme jeho tlak pomocí stavové rovnice pro ideální plyn jako

$$p = k\, n\, T\,,$$

kde k je Boltzmannova konstanta. Na přechodu mezi oběma kovy, kde se elektronové koncentrace vyrovnávají, zvolme tenkou vrstvu tloušťky dx a vyjádřeme rozdíl tlakových sil, které na tuto vrstvu působí:

$$dF = \Delta S\, dp = k\, T\, \Delta S\, dn\,.$$

V rovnováze musí být tato síla kompenzována silou elektrickou

$$dF = q\, E = -e\, n \Delta S\, dx\, \frac{d\varphi}{dx}\,.$$

Porovnáním těchto sil dostaneme

$$d\varphi = -\frac{kT}{e}\, \frac{dn}{n}$$

a po integraci

$$\varphi = \frac{kT}{e}\, \ln \frac{n_2}{n_1}. \qquad (3.51)$$

obr. 3.29

Uzavřeme-li nyní obvod, budou v něm dva kontaktní přechody a napětí na nich právě opačná. Výstupní práci ani elektronovou koncentraci ovlivnit nemůžeme. Můžeme však využít toho, že kontaktní napětí (3.51) závisí na teplotě. Budeme-li jeden spoj ohřívat a druhý ochlazovat, vznikne v obvodu elektromotorické napětí

$$\mathcal{E}_T = \frac{k}{e} \ln \frac{n_2}{n_1} (T_2 - T_1) = \sigma_1 \Delta T. \tag{3.52}$$

Koeficient σ_1 se nazývá Seebeckův koeficient a činí například pro termočlánek měď - konstantan 4.10^{-5} volt na stupeň. [13]

Vznik emn v nehomogenním obvodu tvořeném dvěma různými kovy při udržování jejich spojů při různých teplotách se nazývá *Seebeckův termoelektrický jev*. Vzniklé emn je sice malé (milivolty na sto stupňů), ale stálé. Takto konstruované termočlánky lze spojovat do termobaterií. Je to jeden ze způsobů jak měnit tepelnou energii na elektrickou. Termobaterie mohou přitom využívat nejrůznějších tepelných zdrojů - mohou být zahřívány slunečním teplem, teplem uvolňovaným při radioaktivních přeměnách, teplem z jaderného reaktoru, a sloužit tak jako autonomní zdroj elektrické energie na odlehlých místech, v kosmu apod. Na druhé straně můžeme termočlánky použít k přesnému měření zvláště vysokých teplot.

V roce 1834 byl objeven tzv. *Peltierův jev*, opačný k jevu Seebeckovu. Necháme-li nehomogenním obvodem procházet proud, bude se jeden ze spojů ohřívat a druhý ochlazovat a tak můžeme vytvořit například chladničku. Seebeckův a Peltierův jevy jsou znázorněny na obr. 3.29.

V roce 1851 objevil W. Thomson ještě třetí, tzv. *Thomsonův jev*, který spočívá v tom, že i v homogenním vodiči může vznikat elektromotorické napětí udržujeme-li jeho části pod různými teplotami. Je to pochopitelné, uvážíme-li, že vlastně vytváříme pro elektrony teplotní spád. Thomson také podal teoretické vysvětlení termoelektrických jevů.

Vedle galvanických článků a termočlánků existuje celá řada dalších fyzikálních jevů, které umožňují vytvářet zdroje emn. Tak například *fotočlánky* jsou založeny na jevu fotoelektrickém a využívají se v moderní elektronice často ve spojení s lasery, v *termoemisních měničích* se využívá energie elektronů vyletujících z povrchu zahřátých kovů, v *magnetohydrodynamických generátorech* (MHD) se kladné a záporné ionty prudce letících ionizovaných plynů v magnetickém poli separují a jejich kinetická energie se tak stává zdrojem stejnosměrného emn, využívá se piezoelektrického a dalších jevů.

Příklady

3.1 Na třech stejně dlouhých úsecích se změní průřez vodiče v poměru 1:2:3. Jak se na těchto úsecích změní napětí?

[13] Přesněji se tato závislost aproximuje až po kvadratický člen $\mathcal{E}_T = \sigma_1 \Delta T + \sigma_2 \Delta T^2$.

obr. 3.30

[6:3:2]

3.2 Jak se změní odpor měděného drátu, napneme-li jej tak, že se prodlouží o 0,1 %?

[vzroste o 0,2 %]

3.3 Krychle o hraně a je umístěna tak, že jeden roh leží v počátku souřadné soustavy a celá krychle v oktantu určeném kladnými směry os. Rezistivita materiálu se mění ve směru osy x lineárně jako $\rho = \rho_0(1 + x/x_0)$. Určete odpor mezi stěnami krychle rovnoběžnými s osami y, z a osami x, z.

$$\left[R = \frac{\rho_0}{a^2}\left(a + \frac{a^2}{2x_0}\right), \quad R = \frac{\rho_0}{x_0 \ln\left(1 + \frac{a}{x_0}\right)}\right]$$

3.4 V obvodu na obr. 3.30 je dán odpor R_0. Určete odpor R_1 tak, aby vstupní odpor mezi body A, B byl opět R_0.

$\left[\frac{R_0}{\sqrt{3}}\right]$

3.5 Určete odpor mezi body A, B sítě na obr. 3.31. Všechny odpory mají touž velikost R.

$\left[\frac{5}{11}R\right]$

3.6 V každé hraně krychle je odpor R. Určete výsledný odpor mezi dvěma protilehlými vrcholy krychle.

$\left[\frac{5}{6}R\right]$

3.7 Jaký proud poteče mezi body A, B na obr. 3.32?

[20 mA]

3.8 Stíněný koaxiální kabel délky $l = 10$ m má poloměr vodiče $R_1 = 1$ mm a stínění $R_2 = 10$ mm. Izolace je z polystyrolu o rezistivitě $\rho = 10^{17}$ Ω.cm a dielektrické pevnosti 250 kV.cm^{-1}. Určete maximální napětí mezi vodičem a stíněním, svodový odpor a proud při tomto napětí.

$[5,75.10^4 \text{ V}, \quad 3,66.10^{13}\ \Omega, \quad 1,57.10^{-9} \text{ A}]$

3.9 Určete svodový odpor kulového kondenzátoru ($R_1 = 10$ cm, $R_2 = 20$ cm), je-li prostor mezi elektrodami zaplněn olejem o měrném odporu $\rho = 1,0.10^{16}$ Ω.cm.

obr. 3.31

obr. 3.32

obr. 3.33

obr. 3.34

[4,0.10^{13} Ω]

3.10 Homogenní telegrafní vedení je poškozeno tím, že je uzemněno odporem R. Dokažte, že proud na straně přijímacího přístroje bude nejmenší, bude-li porucha uprostřed vedení (odpor přístroje zanedbejte).

3.11 Na jaké napětí se nabije kondenzátor C na obr. 3.34, je-li svorkové napětí mezi A, B rovno U?

$$\left[U_C = \left|\frac{R_1R_4 - R_2R_3}{(R_1+R_3)(R_2+R_4}\right| U\right]$$

3.12 Vnitřní odpor galvanického článku R_i je pětkrát menší než vnější odpor R, kterým je obvod uzavřen. Kolikrát bude svorkové napětí U menší, než emn článku?

$\left[\frac{5}{6}\text{krát}\right]$

3.13 Proud I_0 se rozvětví mezi dva paralelní odpory $R_1,\ R_2$ a pak se opět spojí (obr. 3.33). Určete proudy $I_1,\ I_2$ tekoucí po těchto odporech a ukažte, že rozdělení proudů odpovídá minimu rozptýleného tepelného výkonu.

obr. 3.35

3.14 U sítě na obr. 3.35 jsou všechny odpory dimenzovány na 0,5 W. Určete odpor a maximální přípustné napětí mezi body A, B.

$[400\ \Omega, 20\ \mathrm{V}]$

3.15 Zdroj emn E=110 V má dodávat výkon 5 kW do vzdálenosti 5 km. Jaký musí být průměr měděného drátu, aby ztráty energie v síti nepřevyšovaly 10 % přenášeného výkonu?

$[> 3,3\mathrm{cm}!]$

3.16 Přístroj má stupnici o 100 dílcích a vnitřní odpor 100 Ω. Při průchodu proudu 10 μA ukáže výchylku jednoho dílku. Jaké uspořádání musíme zvolit, chceme-li přístroj použít jako voltmetr s rozsahem do 100 V a jako ampérmetr pro proudy do 1 A?

[sériově $R = 10^5\ \Omega$, paralelně $R = 0,1\ \Omega$]

3.17 Dva olověné akumulátory mají $\mathcal{E}_1 = 12$ V, $R_{i1} = 0,04\ \Omega$, $\mathcal{E}_2 = 6$ V, $R_{i2} = 0,02\ \Omega$. Nějaký blbec je zapojil omylem vedle sebe. Jaký poteče akumulátory proud a jaké napětí bude na jejich svorkách?

[100 A, 8 V nebo 300 A, 0 V, podle způsobu zapojení]

3.18 Máme baterii o neznámém emn a vnitřním odporu. Připojíme-li na ni odpor $R_1 = 30\ \Omega$, poteče proud $I_1 = 125$ mA, připojíme-li odpor $R_2 = 40\ \Omega$, poteče proud $I_2 = 100$ mA. Určete E a R_i baterie.

[5 V, 10 Ω]

3.19 Vodičem o průřezu 10 mm^2 teče proud I=1 A. Koncentrace elektronů je $2,5.10^{28}$ m^{-3}. Určete proudovou hustotu a střední uspořádanou rychlost elektronů.

$[10^5\ \mathrm{A.m^{-2}},\ \ 2,5.10^{-5}\ \mathrm{m.s^{-1}}]$

3.20 V elektronovém synchrotronu elektrony obíhají po kruhové dráze délky 240 m. Na dráze se nachází celkem 10^{11} elektronů, jejichž rychlost se prakticky rovná rychlosti světla. Jaký proud protéká urychlovací dráhou?

[20 mA]

3.21 Ve van de Graaffově urychlovači se pohybuje pás široký 20 cm rychlostí 15 m/s. Povrchový náboj pásu vyvolává po obou stranách pole o inmtenzitě $E = 12$ kV.cm^{-1}. Jaký je proud přenášený pásem?

[63,7 μA]

3.22 Roztok KCl ve vodě o 10 % koncentraci má rezistivitu $\rho = 0,074\Omega$.m. Pohyblivosti iontů draslíku a chloru ve vodě jsou $6,6.10^{-8}$ SI a $6,8.10^{-8}$ SI. Určete stupeň disociace.

[$\alpha = 0,77$]

3.23 Žárovka s wolframovým vláknem má při 20^o C odpor 9,7 Ω. Když svítí, zvětší se její odpor na 121 Ω. Určete teplotu vlákna je-li teplotní koeficient odporu pro wolfram $\alpha = 4,5.10^{-3}$ K^{-1}.

[2 799^o C]

3.24 Teplotu peci měříme termočlánkem o termoelektrické konstantě $\alpha = 5,5.10^{-5}$ V.K^{-1}. Proud měříme galvanometrem o vnitřním odporu 2 kΩ a citlivosti 1μA na dílek. Teplota spoje mimo pec je $t_1 = 20^o$ C. Galvanometr ukazuje výchylku 25 dílků. Jaká je teplota peci t_2?

[929^o C]