

Fyzikální seminář 1.0

Sborník projektové konference 5. 12. 2024

Ing. Filip Petrásek, Ph.D., filip.petrasek@fjfi.cvut.cz

Záhada tenisové rakety (aneb konec světa)

Autoři: *Justina Gruntová, Tomáš Chalas, Roman Chylík, Vojtěch Vach*

Mentor: *Ing. Filip Petrásek, Ph.D.*

Tokamak přímo řízený Bayesovským optimalizátorem

Autoři: *Martin Válek, Petr Světnička, Radim Kubelka, Roman Onderka, Václav Vinkler*

Mentor: *Ing. Ondřej Ficker, Ph.D.*

Vlastnoruční alfa (a beta) detektor

Autoři: *Ladislav Antoži, Alžběta Kozlová, Vojtěch Tuček, Nikita Zahranýčnyj*

Mentor: *Ing. Jaroslav Adam, Ph.D.*

Záření černého tělesa – určení teploty z digitální fotografie

Autoři: *Lucia Mroceková, Jakub Müller, Bohdan Poida, Hugo Hoetzel*

Mentor: *Ing. Karel Tesař, Ph.D.*

Záhada tenisové rakety (aneb konec světa)

Justina Gruntová, Tomáš Chalas, Roman Chylík, Vojtěch Vach
FJFI ČVUT v Praze

gruntjus@cvut.cz, chalatom@cvut.cz, chyliro1@cvut.cz, vachvojt@cvut.cz

Abstrakt

Tennis racket theorem, Džanibekovův jev, nebo taky dynamická nestabilita rotace, popisuje jedinečné chování tuhých těles při rotaci kolem jejich hlavních os setrvačnosti. Tento jev, často ilustrovaný na příkladu tenisové rakety, ukazuje, že rotace kolem druhé hlavní osy setrvačnosti je náchylná k nestabilitě, zatímco rotace kolem os s největším a nejmenším momentem setrvačnosti je stabilní. V textu se nachází teoretické základy, jako pojem tuhého tělesa a Eulerovy setrvačnickové rovnice, i numerická analýza.

1 Úvod

Tento jev poprvé popsal Louis Poinsoť v roce 1834, ale do podrobná byl zkoumán až po zpozorování ve vesmíru Vladimírem Džanibekovem v roce 1985 kvůli domněnkám, že to stejné může potkat i rotující planetu Zemi a způsobit tak konec světa. O tom, jak probíhá rotace asymetrických setrvačnicků a proč dochází k nestabilitě se věnuje text dále.

1.1 Tuhé těleso

Pojem tuhého tělesa pro nás představuje fyzikální model, na který můžeme reálná tělesa aproximovat, u něhož jsou vzájemné vzdálenosti jeho jednotlivých bodů neměnné. Tento model slouží k popisu nedeformovatelných objektů, kde tvar ani objem tělesa nezávisí na působení vnějších sil. V třírozměrném prostoru R^3 je poloha tuhého tělesa určena třemi body neležícími na jedné přímce, přičemž počet stupňů volnosti tohoto tělesa činí 6. Tento model aplikujeme na tenisovou raketu.

Tuhé těleso se od hmotného bodu liší schopností rotace. V důsledku může vykonávat dva typy pohybu - translační a rotační. Při translačním pohybu všechny body tělesa mají stejnou trajektorii a rychlost. Tento pohyb lze studovat jako pohyb jednoho bodu pevně spojeného s tělesem (např. těžiště). V případě rotačního pohybu těleso rotuje kolem osy, která může být volná či pevná.

1.2 Eulerovy setrvačnickové rovnice

Eulerovy setrvačnickové rovnice (ESR) nám umožňují popsat okamžitou polohu osy rotace tuhého tělesa vůči soustavě pevně spojené s hlavními osami setrvačnosti. Popisují tak dynamiku tuhého tělesa při rotačním pohybu.

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\Omega}_1 + (I_3 - I_2) \Omega_2 \Omega_3 &= M_1 \\ I_2 \dot{\Omega}_2 + (I_1 - I_3) \Omega_1 \Omega_3 &= M_2 \\ I_3 \dot{\Omega}_3 + (I_2 - I_1) \Omega_1 \Omega_2 &= M_2 \end{aligned} \tag{1}$$

kde \vec{M} je moment síly, Ω je úhlová rychlost a I_1, I_2, I_3 jsou hlavní momenty setrvačnosti.

Moment setrvačnosti je fyzikální veličina, která popisuje míru odporu tělesa pro rotační pohyb kolem dané osy. Jedná se tedy o analogii ke hmotnosti tělesa v případě pohybu translačního, tj. čím hmotnější těleso je, tím je obtížnější ho uvést v pohyb. Moment setrvačnosti je dán vztahem:

$$I = \int_V r^2 dm \quad (2)$$

kde I je moment setrvačnosti, r je vzdálenost hmotného elementu od osy rotace a dm je element hmotnosti.

2 Tennis Racket Theorem

Pokud těleso rotuje přesně kolem jedné ze svých os momentu setrvačnosti, nedochází k žádným změnám ve směru výsledné osy rotace vůči tělesu. Pokud však na počátku osu rotace lehce odkloníme, můžeme pozorovat různé chování. Kulové a asymetrické setrvačnický rotují stabilně, tj. při drobné odchylce osy rotace od osy momentu setrvačnosti tato odchylka zůstává relativně malá i v průběhu času. My pracujeme v izolované soustavě - momenty sil v ESR jsou rovny nule.

2.1 Geometrická interpretace

U asymetrických objektů které rotují kolem osy se středním momentem setrvačnosti s drobnou odchylkou však pozorujeme něco jiného. V čase se tato odchylka drasticky mění.

Obecně při rotaci tělesa nás více než ostatní zajímá jeho kinetická energie a moment hybnosti. Kinetická energie se definuje jako $T = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$, z čehož několika úpravami pro rotující těleso získáme

$$T = \frac{1}{2} (I_1 \Omega_1^2 + I_2 \Omega_2^2 + I_3 \Omega_3^2). \quad (3)$$

Obdobně můžeme pracovat i s momentem hybnosti. V základním tvaru $L = I\Omega$ po několika úpravách pro náš případ nabyde tvaru

$$L = \sqrt{(I_1 \Omega_1)^2 + (I_2 \Omega_2)^2 + (I_3 \Omega_3)^2}. \quad (4)$$

Nyní by bylo vhodné zjistit, které hodnoty se v průběhu času zachovávají a které mění. Nejjednoznačnější způsob jak dokázat konstantnost funkce je její derivací, což pro kinetickou energii nabírá tvaru

$$\dot{T} = \frac{dT}{dt} = I_1 \Omega_1 \dot{\Omega}_1 + I_2 \Omega_2 \dot{\Omega}_2 + I_3 \Omega_3 \dot{\Omega}_3. \quad (5)$$

Vyjádřením $\dot{\Omega}$ z Eulerových setrvačnickových rovnic a dosazením do rovnice výše (5) zjistíme, že se hodnoty pokrátí a výsledná hodnota $\dot{T} = 0$. Tedy T je konstantní.

Obdobnou metodu použijeme i pro moment hybnosti, kde

$$\dot{L} = \frac{dL}{dt} = \frac{I_1^2 \Omega_1 \dot{\Omega}_1 + I_2^2 \Omega_2 \dot{\Omega}_2 + I_3^2 \Omega_3 \dot{\Omega}_3}{\sqrt{(I_1 \Omega_1)^2 + (I_2 \Omega_2)^2 + (I_3 \Omega_3)^2}} \quad (6)$$

,a opět dosazením $\dot{\Omega}$ zjistíme, že $\dot{L} = 0$, tudíž moment hybnosti je taktéž konstantní.

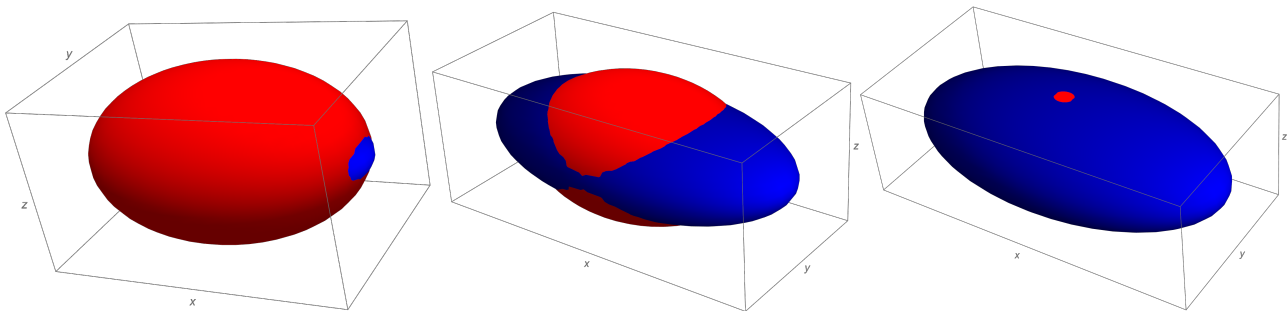
Co však není konstantní je úhlová rychlost Ω . Opět pomocí derivace získáme úhlové zrychlení a dosazením $\dot{\Omega}$ z ESR výsledná forma nabyde tvaru

$$\dot{\Omega} = \frac{\Omega_1 \dot{\Omega}_1 + \Omega_2 \dot{\Omega}_2 + \Omega_3 \dot{\Omega}_3}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2}} \quad (7)$$

$$\dot{\Omega} = \frac{(I_1 - I_2)(I_1 - I_3)(I_2 - I_3)\Omega_1\Omega_2\Omega_3}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2}}. \quad (8)$$

Z této rovnice vidíme, že rychlost se mění pouze pokud $I_1 \neq I_2 \neq I_3$, neboť jinak by v jedné ze závorek vyšla nula a tak i celý výraz by byl roven nule.

Jeden ze zajímavých způsobů jak vizualizovat stabilitu rotace je pomocí průniku dvou elipsoidů takových, že jeden bude definován pomocí kinetické energie a druhý pomocí momentu hybnosti. V tom případě křivka jejich průniku je taktéž křivka, po které se bude pohybovat výsledná osa rotace.

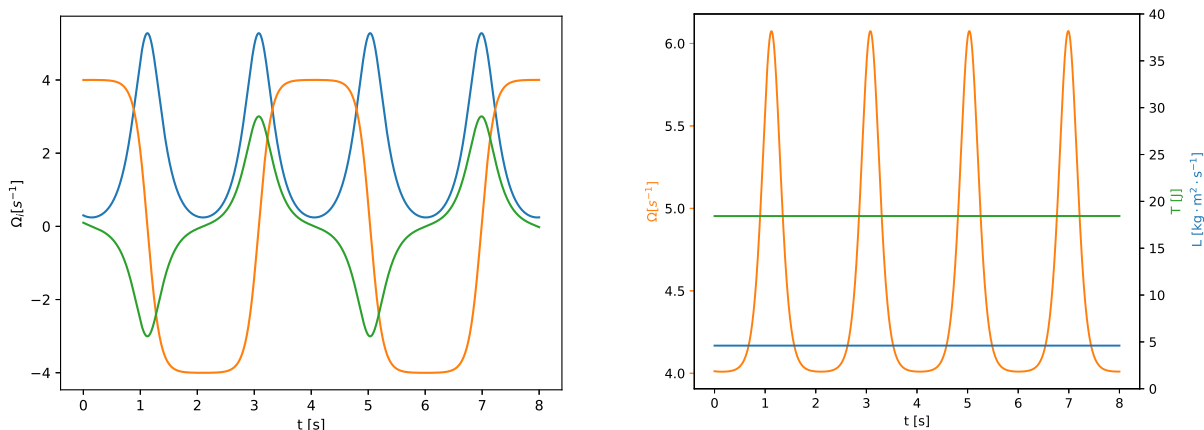


Obrázek 1: Těleso rotující kolem a) I_1 , b) I_2 , c) I_3 , kde $I_1 < I_2 < I_3$

Zde je opět jasně vidět, že při malé výchylce pro rotaci kolem I_1 a I_3 je výchylka po celou dobu relativně malá. Pro rotaci kolem I_2 je však zřejmé, že se osa rotace bude pohybovat podstatně více, dokonce se i přesune na protější stranu tělesa. Tento fakt nám vyvolává zajímavý úkaz demonstrováný níže.

2.2 Numerická analýza

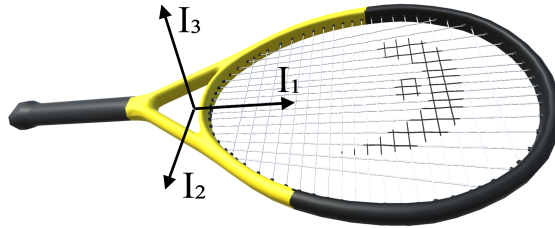
Numerická analýza spočívala v diskrétní aproximaci $\Delta \vec{\Omega} \approx \dot{\vec{\Omega}} \cdot \Delta t$ pro malé časové inkrementy Δt . Přesnost aproximace silně závisí na velikosti Δt . Jako míru přesnosti lze považovat, jak rychle se v systému mění rotační kinetická energie T a velikost momentu hybnosti L , které by v realitě měly zůstat konstantní. Relativní změna veličin je pro $\Delta t = 10^{-4} s$ zanedbatelná.



Obrázek 2: Kinetická energie, moment hybnosti, složky a velikost Ω v čase

2.3 3D model tenisové rakety

Pro odhadnutí momentů setrvačnosti bylo třeba zjednodušit tenisovou raketu na objekt složený z primitivních těles. Rukojeť s krčkem byly brány jako homogenní hranol a hlava rakety jako homogenní kvádr. Momenty setrvačnosti celé rakety pak byly vypočteny jako součet momentů setrvačnosti jejích částí. Jejich hodnoty byly stanoveny na $I_1 = 1.9\text{g} \cdot \text{m}^2$, $I_2 = 2.3\text{g} \cdot \text{m}^2$, $I_3 = 3\text{g} \cdot \text{m}^2$.



Obrázek 3: Model tenisové rakety s momenty setrvačnosti podél principiálních os

3 Závěr

Seznámili jsme se s ESR a prozkoumali chování rotujícího tuhého tělesa kolem hlavních os. Dále jsme se zaměřili na asymetrický setrvačnick a geometricky jsme interpretovali jeho chování podle ESR. Následně jsme vytvořili fyzikální model tenisové rakety a numerickými metodami jsme ověřili závěry analytické analýzy.

Reference

- [1] H. J. Greenberg. *A Simplified Introduction to L^AT_EX*. [online](#), 2010.
- [2] I. Štoll, *Mechanika*, ČVUT v Praze, 2010.
- [3] Veritasium. The Bizarre Behavior of Rotating Bodies. [online](#), 2019.

Tokamak přímo řízený Bayesovským optimalizátorem

Martin Válek, Petr Světnička, Radim Kubelka, Roman Onderka, Václav Vinkler
FJFI ČVUT v Praze

valekma2@cvut.cz, svetnpet@cvut.cz, kubelrad@cvut.cz, onderrom@cvut.cz, vinklva1@cvut.cz

20. 11. 2024

Abstrakt

V tomto projektu jsme se zabývali maximalizací délky výboje na tokamaku GOLEM. Ta je závislá především na čtyřech vstupních parametrech (2.1). Tento parametrický prostor je ovšem příliš velký na systematické proskenování, které by zabralo mnoho dní. S pomocí Bayesovského optimalizátoru hledajícího maximum funkce je možné toho dosáhnout podstatně rychleji. Během pár desítek výbojů jsme dosáhli nejlepšího výsledku 26,29 ms. Tím jsme se za krátkou dobu přiblížili absolutnímu rekordu tokamaku GOLEM 34,8 ms a našli nové maximum aktuální konfigurace.

1 Úvod

Řízenou jadernou fúzi se lidstvo snaží zvládnout již téměř osmdesát let, problémem jsou náročné podmínky pro její průběh. Ty se snaží splnit například tokamaky, které udržují řídké horké plazma ve vakuové nádobě magnetickým polem. Abychom byli schopni z fúzního reaktoru vytvořit elektrárnu, je potřeba překonat tzv. Lawsonovo kritérium. To je dáno součinem dvou parametrů: hustoty plazmatu a doby udržení tepelné energie. Při nastavování parametrů pro fúzní výboj se proto často snažíme dosáhnout co nejvyšší délky výboje. Ta je ale pro tokamak GOLEM velmi těžko předvídatelná.

2 Bayesovská optimalizace délky výboje tokamaku GOLEM

2.1 Tokamak GOLEM

GOLEM je malý tokamak s kruhovým průřezem. Hlavními nastavitelnými parametry jsou:

- napětí na kondenzátorech pro cívky toroidálního magnetického pole (U_{Bt})
- napětí na kondenzátorech primárních cívek indukujících elektrický proud (U_{cd})
- čas mezi vypuštěním těchto napětí (Δ_t)
- tlak pracovního plynu

2.2 Současný problém s tlakem

Při normálním fungování tokamaku se tlak pracovního plynu zadává v požadovaných jednotkách tlaku. Bohužel kvůli současné poruše je místo toho nutné zadat napětí jdoucí na piezoventil, který vpouští plyn do komory (parametr U_v). Současně instalovaný ventil neumožňuje přesné a opakovatelné nastavení průtoku plynu. Důvodem je jeho materiál, který má určitou „paměť“ a při menších změnách napětí není vždy výsledný tlak takový, jaký byl zamýšlen.

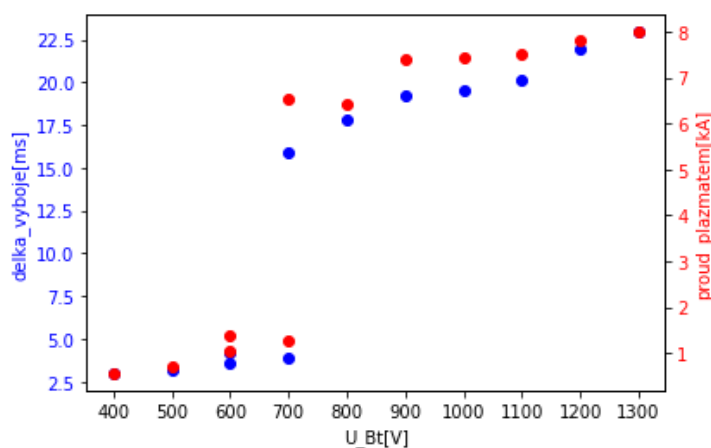
2.3 Ovládání tokamaku GOLEM

Ovládání tokamaku je díky práci Ing. Svobody velmi jednoduché. Existují dvě možnosti.

- Pokud se člověk fyzicky nachází u tokamaku, stačí poslat příkaz do příkazového řádku. Systém sám spustí všechny přípravy pro výboj a výboj i uskuteční. Tato funkce je pro nás velmi důležitá, protože díky ní bylo možné vytvořit program řídící výboje (viz. 2.5)
- Další možností, kterou jsme my nevyužili, je ovládání tokamaku na dálku. Na webové stránce je po přihlášení dostupný interface, ve kterém stačí pouze zadat vstupní parametry a odeslat požadavek na výboj. K výsledkům se pak rychle dostanete v databázi výbojů na veřejně přístupném webu tokamaku

2.4 Jednorozměrné skeny

Nejprve bylo potřeba najít rozumná rozmezí jednotlivých parametrů, ve kterých je možný vznik plazmatu. Každý z nich jsme tedy otestovali zvlášť při konstantních hodnotách zbývajících parametrů. Příklad vlivu parametrů můžeme vidět na grafu (1).



Obrázek 1: Graf závislosti délky výboje na napětí kondenzátorů napájejících cívky toroidálního magnetického pole při fixních ostatních parametrech

Omezením prostoru parametrů jsme snížili časovou náročnost finálního hledání maxima. Tyto hodnoty jsme určili jako:

- U_Bt: 700 - 1300 V
- U_Cd: 300 - 700 V
- Δ_t : 200 - 3000 μ s
- U_v: 16,5 - 20 V

2.5 Program pro řízení tokamaku

Pro již zmíněné ovládání tokamaku (viz. 2.3) bylo možné napsat program implementující Bayesovskou optimalizaci. Program vygeneruje příkaz (string), který zahajuje výboj, a za parametry dosadí hodnoty navržené funkcí Bayesovské optimalizace. Ten pošle do řídicího prostředí tokamaku a tím zahájí sekvenci výboje. Program pokračuje až po výboji, protože během výboje systém nenačte žádné další příkazy. Z webové databáze výbojů si pak stáhne dobu trvání posledního výboje a vypočítá nejlepší parametry pro další výboj. Tento cyklus se opakuje podle předem zadaného počtu výbojů.

2.6 Stručný popis fungování balíčku Bayesovské optimalizace

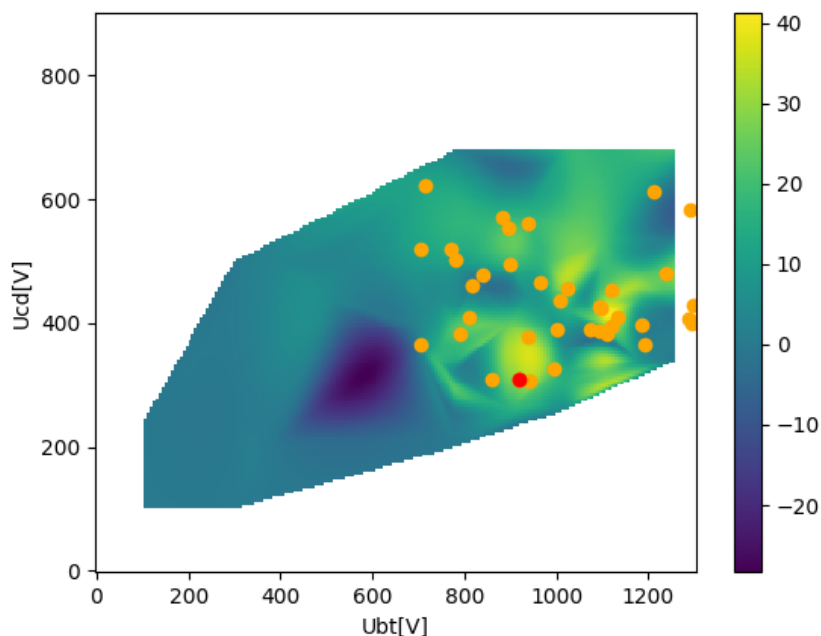
Cílem použitého balíčku [2] je najít maximum neznámé funkce v co nejméně iteracích. Tato metoda je užitečná zejména pro hledání maxim funkcí s velkou časovou nebo finanční náročností. Program vždy na základě zadaných hodnot vytváří model, který reprezentuje hledanou funkci. Množství potřebných vstupů pak minimalizuje pomocí Gaussova rozdělení. S každou další iterací je výsledná funkce bližší té reálné a zároveň si je algoritmus na základě pravděpodobnosti jistější, které oblasti se vyplatí dále prozkoumávat pro nalezení maxima. Na začátku je potřeba navolit požadovaný počet iterací. Ty jsou dvou typů: první slouží k obecnému prohledání prostoru a druhá poté k cílenému hledání maxima podle znalostí z iterací v předchozí skupině. Vhodné místo další iterace hledá program pomocí pomocné funkce, která zobrazuje „výnosnost prozkoumání“ jednotlivých bodů v parametrickém prostoru.

2.7 Výsledek

Během poslední série výbojů, která trvala 30 výstřelů a měla předzadané výsledky 130 výbojů jako databázi, nám program našel maximum o délce 26,29 ms (jedná se o výboj č. 46791 v databázi tokamaku GOLEM). Jeho parametry byly:

- $U_{Bt} = 918,7$ V
- $U_{Cd} = 309,0$ V
- $\Delta_t = 626,8$ μ s
- $U_v = 16,90$ V

Po jeho nalezení jsme vyzkoušeli stejné parametry opakovaně použít a ukázalo se, že se jedná o z hlediska délky výboj o velmi stabilní nastavení.



Obrázek 2: Graf závislosti napětí na kondenzátorech pro cívky magnetického pole, napětí na kondenzátorech pro cívky elektrického pole a délky výboje. Jedná se o graf dat použitých jako databáze pro program. Oranžově jsou označeny programem prohledávané body a červeně je námi nalezené maximum

2.8 Diskuze výsledku

Dosavadní absolutní rekord tokamaku GOLEM je výboj o délce 34,8 ms, který se nám překonat nepodařilo. Výsledek výboje je ale závislý na konfiguraci, ve které proběhne (závisí také například na piezoventilu). A právě pro současnou konfiguraci, se kterou jsme pracovali, jsme dosáhli nového maxima, a to během desítek výbojů, což je pro tak rozsáhlý parametrický prostor velmi málo.

Velkou obtíží byla nekonzistentnost dat způsobená zejména piezoelektrickým ventilem. Pokud by byl experiment proveden s pneumaticky ovládaným ventilem (tj. přímo zadávaným tlakem), výsledky by se tím zpřesnily a program by mohl najít lepší maximum, čili delší výboj. Dále by bylo vhodné dát programu více času, tedy více výbojů.

3 Závěr

Ovládat tokamak přímo Bayesovskou optimalizací znamenalo překonat spoustu technických překážek, nicméně jsme ukázali, že to je možné. Po dlouhodobější a intenzivnější práci by takový program mohl být schopný efektivně optimalizovat základní parametry tokamaku a pomoci dosahovat delších výbojů. Automatizované řízení tokamaku počítačem je navíc samo o sobě potenciálně velmi užitečné.

4 Poděkování

Velké poděkování patří FJFI ČVUT za umožnění provedení tohoto experimentu a za financování vybavení. Jmenovitě poté Ing. Ondřeji Fickerovi Ph.D. za téma projektu a odborné vedení celého týmu, za cenné rady a návody k programování v jazyce Python. Ing. Vojtěchu Svobodovi CSc. za ochotu s námi trávit čas a za obstarání všech technických a provozních záležitostí týkajících se tokamaku GOLEM. A na závěr Ing. Filipu Petráskovi Ph.D. za vedení předmětu *Fyzikální seminář* a za možnost zúčastnit se tohoto projektu.

Reference

- [1] H. J. Greenberg. *A Simplified Introduction to L^AT_EX*. <https://mirrors.nic.cz/tex-archive/info/simplified-latex/simplified-intro.pdf>. 2010.
- [2] Fernando Nogueira *Bayesian Optimization: Open source constrained global optimization tool for Python*. <https://github.com/bayesian-optimization/BayesianOptimization> 2014
- [3] *Documentation* <https://bayesian-optimization.github.io/BayesianOptimization/2.0.0/>
- [4] Webová stránka tokamaku GOLEM <https://golem.fjfi.cvut.cz/>
- [5] J. Mlynář, V. Krajčová: *Nejžhavější sen pod Sluncem*. Aldebaran Group for Astrophysics (AGA), 2023.

Vlastnoruční beta (a alfa) detektor

Antoži Ladislav, Kozlová Alžběta, Tuček Vojtěch, Zahranýčnyj Nikita
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, ČVUT v Praze
laci Antozi@gmail.com, kozloalz@fjfi.cvut.cz, tucekvoj@cvut.cz, zahrani2@student.cvut.cz

Abstrakt

Tento příspěvek pojednává o vlastnoručně vyrobeném beta a alfa detektoru. Nejdříve je vysvětlena problematika radioaktivity a elektroniky v obvodech sestavených detektorů. Dále jsou popsány výsledky měření pomocí osciloskopu. Nakonec jsou výsledky rozebrány a jsou uvedeny možné příčiny problémů vzniklých během výroby alfa detektoru.

1 Úvod

V rámci našeho projektu jsme sestavili vlastní beta a alfa detektor pomocí pájení elektronických součástek na desku. Naším cílem bylo dozvědět se něco o radioaktivitě, elektronice a naučit se pájet.

2 Beta a alfa detektor

2.1 Radioaktivita

Jedná se o jev, při kterém dochází k samovolné přeměně nestabilního atomového jádra na stabilní nebo radioaktivní jádro. Radioaktivitu můžeme dělit na přirozenou a umělou. Mezi zdroje přirozené radioaktivity, která představuje zhruba dvě třetiny podílu ozáření obyvatelstva, řadíme přírodní radioaktivní pozadí, za kterým stojí radon. Ten může být nebezpečný v případě špatné ventilace nebo při nedostatečném větrání. Dále sem také patří záření ze Slunce a okolních hvězd, které je ale většinou zachyceno atmosférou nebo magnetosférou. Za vznikem umělé radioaktivity stojí jednoznačně člověk. Jako nejznámější příklady uvedeme radiofarmaka, rentgenová zařízení nebo jaderné elektrárny.

2.1.1 Druhy záření

Alfa

Při rozpadu α dojde k vyzáření alfa částice. Jedná se o jádro helia se dvěma protony a dvěma neutrony. S α rozpadem se setkáme u těžkých jader s nukleovým číslem vyšším, než 200 (např. *U*, *Th*, *Ra*). α záření zachytí pouhý list papíru, ale při průniku do organismu je velice nebezpečné, jelikož má vysokou hustotu ionizace.

Beta

Při rozpadu β se vyzáří elektron nebo pozitron. Podle toho rozlišujeme přeměnu β^- a β^+ . β^- je proud elektronů, které vznikají v jádře při přeměně neutronu v proton. Naopak β^+ záření je tvořeno proudem pozitronů, které vzniknou při přeměně protonu na neutron. Záření β odstíníme tenkým kovovým plechem a vyskytuje se například ve vzácných zeminách nebo jaderných odpadech.

Gama

γ záření je elektromagnetické záření vysoké frekvence a vzniká společně s α nebo β zářením. Při nich totiž jádro často zůstane v excitovaném stavu a do stavu normálního se pak dostane

vyzářením fotonu, který nazýváme γ zářením. Toto záření je nejpronikavější a pro jeho odstínění je zapotřebí například beton nebo olovo. Používá se na léčbu rakoviny, pro diagnostické účely nebo při ošetřování potravin.

2.2 Elektronika

2.2.1 Polovodiče

Polovodiče jsou skupina materiálů, která má vlastnosti vodiče či izolátoru v závislosti na struktuře atomové mřížky. Nejčastěji používanými polovodiči bývají prvky IV. skupiny (např. *Si*) nebo sloučeniny se skupinami *II.-III.* či *V.-VI.* skupiny.

2.2.2 Pásmová mezera

Polovodiče nabývají svoje vlastnosti díky velikosti pásmové mezery. Pásmová mezera je minimální energie potřebná k excitaci elektronu do vodivého pásma. U polovodičů to bývá $0,1 eV$ - $3 eV$ (kovy mají skoro nulovou energii a izolátory ji mívají větší než $5 eV$). Elektron, který byl excitován zanechává takzvanou díru, která se chová jako kladně nabitá částice. Dvojce díry ve valenčním pásmu a elektronu ve vodivém pásmu přispívá k vedení proudu.

2.2.3 P-N přechod

Jedním z rozdělení polovodičů je na intrinsické (čistě prvky) a extrinsické (sloučeniny prvků). Ty se dále dají rozdělit na typ-P a typ-N neboli kladně a záporně nabitě. Kladně nabitě vznikají přidáním prvku z *II.* nebo *III.* skupiny, čímž vzniká nedostatek elektronů v atomové mřížce. Naopak u záporně nabitých se přidávají prvky *V.* nebo *VI.* skupiny, aby vznikl nadbytek elektronů.

P-N přechod vzniká spojením P-typu a N-typu polovodiče v rámci jednoho krystalu. Na rozhraní těchto dvou oblastí dochází k difuzi nosičů náboje, což vytváří oblast prostorového náboje a vestavěné elektrické pole. Tento jev tvoří základ polovodičových diod, které vykazují charakteristické proudově-napěťové vlastnosti. Moderní technologie využívají řízené dopování jednoho polovodiče k dosažení požadovaných vlastností v jedné součástce.

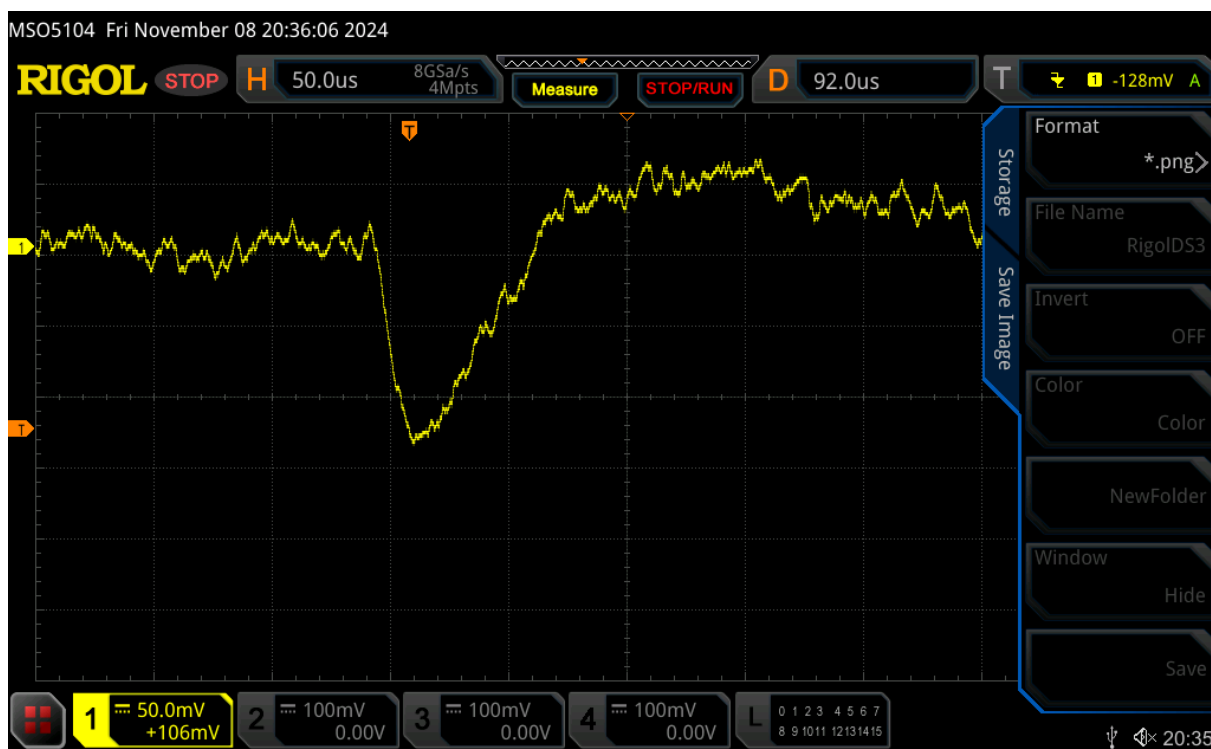
2.2.4 Přehled funkce detektoru záření

Pomocí diod, BPW34 pro elektron/beta detektor (odolnější proti rušivým elementům jako například světlo či elektromagnetické rušení) a BPX61 pro alfa detektor (citlivější, což umožňuje detekci α částic), je detektor schopen změřit energii vyzařovaných částic pomocí interakce mezi P-N přechodem a ionizujícím zářením. Při tom vzniká slabý elektrický proud, který je potom zesílen a pomocí filtrů zbaven šumu.

2.3 Měření

2.3.1 Použité vzorky

Při měření jsme použili 3 různé zářiče. ^{60}Co je tvrdý šedohnědý kov používaný pro radiační terapie. Jeho poločas rozpadu je 5,27 let a je to β a γ zářič. ^{22}Na je velmi měkký stříbrobílý neušlechtilý kov. Je využíván například při pozitronové anihalační spektroskopii. Má poločas rozpadu 2,6 let a jedná se o β a γ zářič. Uranová ruda je přirozeně se vyskytující hornina, která obsahuje dostatečnou koncentraci uranu. Vyrábí se z ní například palivo do jaderných elektráren nebo barevné sklo a keramika.



Obrázek 1: Signál z beta detektoru

2.3.2 Výsledky

Detektor nám umožňuje porovnávat záření jednotlivých zdrojů. Pro ukázkou této schopnosti jsme změřili 3 různé zářiče: ^{60}Co , ^{22}Na a neznámý zářič (s příměsí uranu). Získali jsme následující hodnoty:

^{60}Co	^{22}Na	neznámý zářič
10,73 hit/s	1,04 hit/s	18,17 hit/s

Na osciloskopu jsme pozorovali například tento signál (viz Obrázek 1). Síla tohoto signálu je přibližně 125mV a jeho délka je $55\ \mu\text{s}$. Propad na obrázku znamená, že byl zaznamenán průlet částice β .

2.4 Diskuse

2.4.1 Beta detektor

Námi sestavený detektor β elektronů je schopen převést energii prolétávajícího β elektronu na elektrický signál, který je posléze možné přečíst osciloskopem nebo i běžným počítačem s odpovídajícím softwarem. Toho lze využít k odhadu intenzity radioaktivního záření zkoumaného vzorku. Při odhadování nejprve napočítáme počet elektrických pulsů z detektoru za určitý čas, který je přímo roven počtu β elektronů, které za daný čas proletěly diodami detektoru. Ty mají celkovou plochu $30\ \text{mm}^2$ a jsou ve vzdálenosti $12\ \text{mm}$ od snímací plošky detektoru. Za předpokladu, že elektrony z daného objektu vylétávají rovnoměrně do všech směrů, platí vztah $A = f \frac{96\pi}{5}$, kde A je celková aktivita zářiče v becquerelech a f frekvence elektrických pulsů z detektoru. Tento odhad funguje pro předměty, jejichž tvar se dá aproximovat koulí o malém poloměru a ani potom není přesný, protože ne všechny elektrony, které proletí diodami detektoru, musí v obvodu vyvolat elektrický puls. Náš detektor se tedy nejlépe hodí k porovnávání intenzity záření různých vzorků, protože přitom se chyby detektoru navzájem vyruší. Naopak vůbec

není schopný měřit energii prolétávajícího elektronu, protože ta nemusí být úměrná velikosti elektrického proudu prošlého diodou.

2.4.2 Alfa detektor

Detektor α částic bohužel nefungoval zdaleka tak přesvědčivě jako beta detektor. Za prvé jeho elektrické signály bylo možné číst pouze osciloskopem, protože neprocházely přes koncovou část obvodu. Za druhé v obvodu vznikal výrazný elektrický šum, a protože signály od částic α jsou slabší, nebylo zřejmé, jestli výsledný puls, který byl jen asi 2x silnější než běžná úroveň šumu, je způsobený částicí α nebo jde o náhodný výkyv šumu. Oba problémy mohly být způsobeny například poškozením desky při pájení, nebo špatným fungováním některé ze součástek.

3 Závěr

Tento příspěvek pojednává o vlastoručně vyrobeném beta a alfa detektoru. Je zde zmíněna radioaktivita a popsána elektronika použitých obvodů. Také jsou uvedeny a rozebrány výsledky měření pomocí osciloskopu. Zmíněny jsou i možné příčiny problémů vzniklých během výroby alfa detektoru. Díky tomuto projektu jsme se naučili, jak zacházet s pájkou a dozvěděli se něco o osciloskopu a radioaktivitě.

4 Poděkování

Děkujeme panu Ing. Jaroslavu Adamovi, Ph.D. za vedení projektu, poskytnutou konzultaci a cenné rady, Ing. Filipovi Petráskovi, Ph.D. za poskytnutí možnosti zapojit se do projektu.

Reference

- [1] ChemLin. *Sodium-22*. <https://chemlin.org/isotope/sodium-22>. 2024.
- [2] H. J. Greenberg. *A Simplified Introduction to L^AT_EX*. <https://mirrors.nic.cz/tex-archive/info/simplified-latex/simplified-intro.pdf>. 2010.
- [3] J. Hrach, L. Novák. *Spektrometrie záření gama*. <https://tydenvedy.fjfi.cvut.cz/2011/cd/prispevky/sbpdf/gamma.pdf>.
- [4] O. Keller. *DIY Particle Detector*. <https://scoollab.web.cern.ch/diy-particle-detector>. 2019.
- [5] International Atomic Energy Agency. *What is Uranium?*. <https://www.iaea.org/newscenter/news/what-is-uranium>. 2024.
- [6] M. Králová. *Záření alfa*. <https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/atomy-castice/prirozena-radioaktivita/zareni-alfa>. 2007.
- [7] M. Králová. *Záření beta*. <https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/atomy-castice/prirozena-radioaktivita/zareni-beta>. 2007.
- [8] Radiation Emergencies. *Cobalt-60*. <https://www.cdc.gov/radiation-emergencies/hcp/isotopes/cobalt-60.html>. 2024.
- [9] F. Ravotti, M. Glaser, M. Moll, F. Saigne. *BPW34 Commercial p-i-n Diodes for High-Level 1-MeV Neutron Equivalent Fluence Monitoring*. <https://doi.org/10.1109/TNS.2008.2000765>. 2008.

- [10] Správa úložišť radioaktivních odpadů. *Radioaktivita a odpady: Staráme se o naši bezpečnou budoucnost*. SÚRAO. 2019.
- [11] P. Y. Yu, M. Cardona. *Fundamentals of semiconductors: physics and materials properties*. Springer. 2010.

Záření černého tělesa - určení teploty z digitální fotografie

Mrocekova Lucia, Müller Jakub, Poida Bohdan, Hoetzel Hugo
FJFI ČVUT, Břehová 7, 115 19 Praha 1
info@fjfi.cvut.cz

4. 12. 2024

Abstrakt

Lze měřit teplotu horkých těles bezkontaktně, bez použití teploměru? V experimentu jsme fotili rozžhavené těleso, u kterého jsme předpokládali vlastnosti absolutně černého tělesa a následně chtěli zjistit, zda lze z fotek určit jeho teplotu. Pro teploty, kde žhavé těleso začne vyzařovat viditelné světlo, lze "RGB intenzity" na teplotě tělesa aproximovat jako lineární závislost. Podle této závislosti lze určit teplotu tělesa z digitální fotografie.

1 Úvod

Naším cílem je ukázat, jak by se dala teplota rozžhavených objektů určit z digitální fotografie. Tato metoda je např. využívána v železářském průmyslu, kde tradiční kontaktní termočlánky nestačí na nasbírání přesných dat o roztaveném železe a strusce. Vysoké teploty termočlánky ničí a nelze je tedy použít na měření taveniny. Navíc lze pomocí kamer určit teplotu materiálu v pohybu, tedy teplotu vytékajícího železa a strusky [1]. Nás bude zajímat, jak poroste teplota v závislosti na intenzitě viditelného světla, neboli na hodnotách RGB pixelů ve fotografii.

2 Teorie abs. černého tělesa

Tento pojem se používá k popisu ideálního objektu, který má schopnost úplně absorbovat veškeré záření, které na něj dopadá, aniž by jakékoli záření odrazil nebo jím procházelo. V praxi neexistuje žádné skutečné těleso, které by bylo úplně černé, ale tento koncept je velmi užitečný při modelování a porovnávání fyzikálních jevů, které souvisejí s pohlcováním a vyzařováním energie.

Černé těleso je tedy teoretický objekt, který je dokonalým pohlcovačem záření, což znamená, že žádná část dopadajícího světla nebo jiného elektromagnetického záření se neodrazí zpět, ale vše je pohlceno a jeho energie se transformuje na teplo.

(Pro představu záření Slunce poměrně dobře odpovídá záření absolutně černého tělesa s teplotou přibližně 5800 K.)

Důležitým zákonem, který se týká vyzařování černého tělesa, je Planckův zákon. Tento zákon nám poskytuje matematický model, který popisuje, jak se intenzita vyzařovaného záření mění v závislosti na vlnové délce a teplotě černého tělesa. Planckův zákon je klíčový pro pochopení spektra záření, které černé těleso vyzařuje. Vyzařování černého tělesa se rozkládá na široké spektrum vlnových délek, od infračerveného záření až po viditelné světlo, a intenzita tohoto vyzařování závisí na teplotě daného tělesa. Čím vyšší je teplota černého tělesa, tím intenzivněji je vyzařováno záření.

Zajímavým jevem je i Wienův posunovací zákon, který nám říká, že vlnová délka, při které je vyzařování černého tělesa nejintenzivnější, je nepřímo úměrná jeho teplotě. Jinými slovy, čím vyšší je teplota tělesa, tím kratší vlnové délky vyzařuje. Tento zákon nám pomáhá určit teplotu tělesa jen na základě spektrálního rozdělení jeho záření.

Dalším velmi důležitým zákonem je Stefan-Boltzmannův zákon, který hovoří o tom, že hustota zářivého toku černého tělesa je přímo úměrná čtvrté mocnině jeho teploty. To znamená, že pokud teplota tělesa vzroste, jeho vyzařování se dramaticky zvýší. Tento zákon je velmi užitečný na výpočet celkového množství vyzařované energie z černého tělesa.

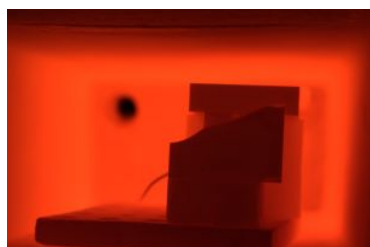
Sami jsme během našeho experimentu mohli vidět, že když zahřejeme těleso na vysokou teplotu, začne vyzařovat elektromagnetické záření, jehož spektrum závisí na teplotě. Podle Planckova zákona je intenzita vyzařovaného záření závislá na vlnové délce a teplotě tělesa. Při nízkých teplotách vyzařuje těleso především v infračervené oblasti, která je pro lidské oko neviditelná. S rostoucí teplotou tělesa se zvyšuje frekvence vyzařovaného záření a přesouvá se do kratších vlnových délek. Wienův posunovací zákon ukazuje, že vlnová délka, při které je vyzařování nejintenzivnější, je nepřímo úměrná teplotě — čím vyšší je teplota, tím kratší vlnové délky těleso vyzařuje.

Při teplotách kolem 700 °C začne těleso vyzařovat viditelné světlo. To znamená, že vyzařovaná energie je v oblasti spektra, kterou je schopno zachytit lidské oko nebo fotoaparát.

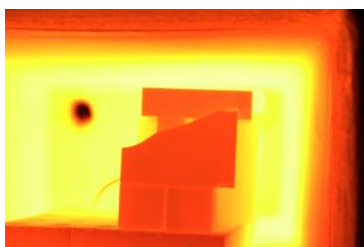
3 Získání obrazu žhavého tělesa

Naším modelem absolutně černého tělesa byla muflová pec u níž byla teplota postupně zvyšována z 600 °C na 1000 °C. Uvnitř pece jsme umístili kousky keramiky tak, aby byly při otevření pece co nejméně ovlivněny závanem studeného vzduchu zvenčí. Postavili jsme „keramický domeček“ s malým otvorem (viditelným na Obrázku 3) v přední stěně. Tento domeček jsme snímali fotoaparátem Canon EOS 100D za různých teplot v 6 různých expozicích. Navíc jsme termočlánkem snímali teplotu keramiky. Vše probíhalo v zatemněné místnosti, aby odražené světlo neměnilo výsledky měření.

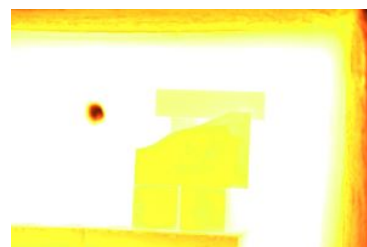
Na obrázcích 1-3 je vidět tři fotografie se stejnou expozicí (0.25 s), ale různými teplotami, přičemž na obrázku 3 je vidět zřejmé přesycení fotočlánků.



Obrázek 1: 780 °C, RGB intezita: 214



Obrázek 2: 930 °C, RGB intezita: 562

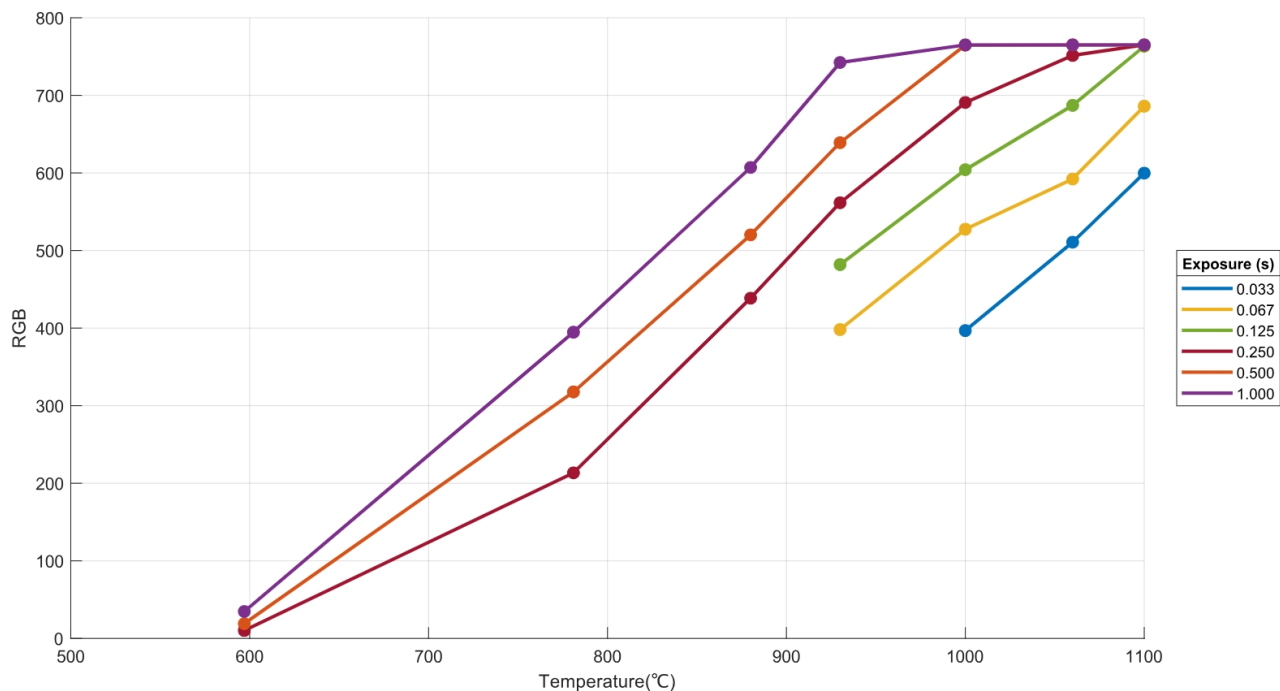


Obrázek 3: 1060 °C, RGB intezita: 751

4 Zpracování dat a výsledky

K naměřeným teplotám jsme přiřadili RGB intezitu v místě fotografie, kde se nacházel termočlánek. RGB intezitu jsme spočítali sečtením jednotlivých hodnot pixelů R, G, B v daném místě a vypočtením jejich váženého průměru. Její maximum je tedy $255 + 255 + 255 = 765$. Pro nižší teploty (600 °C až 900 °C) lze pozorovat lineární závislost RGB intezity na teplotě u delších expozic (1 s, 0,5 s, 0,25 s). Po zvýšení teploty nad 900 °C ale nabývá RGB intezita maxima, fotočlánky jsou světlem přehlceny. V tuto chvíli je třeba zkrátit expozici - články se nepřehltí a my předpokládáme, že i zde platí lin. závislost RGB intezity na teplotě.

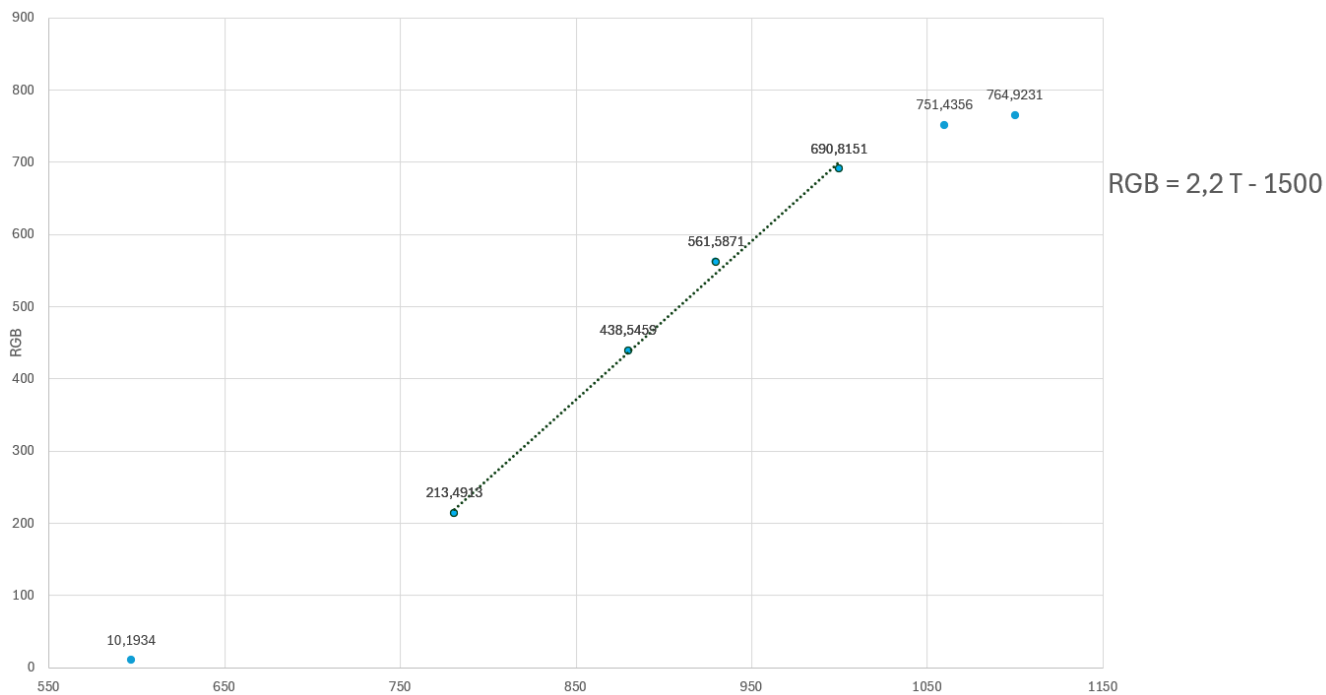
Na Obrázku 4 vidíme grafy závislosti RGB intezity při různých expozičních délkách, kdy dlouhé expozice začnou při vyšších teplotách dosahovat maxima RGB intezity.



Obrázek 4: Graf závislosti RGB intenzity na teplotě

Pro správné nařizování grafu si vybereme vhodné body z měření, tedy s RGB intenzitou někde mezi 100 a 700. Pro demonstraci si vezmeme data s délkou expozice 0.25 s, která má 4 přijatelné body pro fit přímky. Zbylé body vyřadíme. Z fitu (Obrázek 5) nám vychází vztah RGB intezity I_{RGB} na teplotě T

$$I_{RGB} = 2,2T - 1500$$



Obrázek 5: Fit 0.25 s expozice

Pokud bychom chtěli poznat numerickou hodnotu teploty tělesa v závislosti na I_{RGB} , vzorec by vypadal takto(1):

$$T = \frac{I_{RGB} + 1500}{2,2} \quad (1)$$

Byl by platný pro 0.25 s expozici v rozmezí RGB intenzity mezi 100 a 700.

5 Diskuze

Je dobré připomenout, že RGB intenzitu nelze zaměnit za reálnou intenzitu viditelného světla, která ve skutečnosti v závislosti na teplotě nestoupá lineárně, ale exponenciálně. Pro RGB intenzitu se ale zdá, že na vhodně zvolených úsecích stoupá lineárně, dokud se fotočlánek nepřesytí. Proč je tomu tak? Fotoaparát převádí naměřenou intenzitu světla gamma korekcí [2]. Ta křivku intenzity částečně narovná.

Při vybírání vhodných bodu pro lineární regresi je nutné vybrat ta měření, kde nedošlo k přehlcení fotočlánků. Jelikož se RGB intenzita skládá ze tří různých hodnot se svým vlastním maximem, může dojít k částečnému přehlcení - nejdříve dosáhne hodnoty 255 červený fotočlánek, potom zelený a jako poslední modrý. Toto přehlcení může ovlivnit přesnost měření.

Pro nízké teploty rovněž nebude platit lin. závislost, těleso vyzařuje jen velmi málo světla a fotoaparát ho nezaznamená. Pro různé rozsahy teplot se tedy hodí různě dlouhé expozice, takové, kde se fotočlánky nepřehltí, ale zároveň stihnou zaznamenat dostatek viditelného světla. Potom, co si správně vybereme expozici, můžeme aproximovat závislost RGB intenzity na teplotě jako lineární a lze tedy určit teplotu „na dálku“ pomocí digitálního fotoaparátu. Pro zpřesnění dat lze snímat žhavé těleso v menších teplotních intervalech.

6 Závěr

S fotoaparátem lze hrubě určit teplotu tělesa, pokud je dostatečně horké, tedy svítí a pokud se nachází v tmavé místnosti, kde nedochází k odrazu světla z tělesa.

6.1 Možné využití

Mobilní aplikace určující teplotu těles. Vhodná např. pro kováře nebo hrnčíře, pokud jim přestane fungovat teploměr ve vypalovací peci.

Poděkování

Moc děkujeme našemu mentorovi Karlu Tesařovi, který nám pomohl s experimentem za skvělý nápad na projekt a také za jeho trpělivost a ochotu pomoci.

Reference

- [1] Yusuke KONNO, Yoshito ISEI, Masato SUGIURA *Image Measurement of High Temperature Objects*. <https://www.nipponsteel.com/en/tech/report/nssmc/pdf/121-09.pdf>. 2019.
- [2] POYNTON, Charles. *Digital Video and HDTV: Algorithms and Interfaces*. [s.l.]: Morgan Kaufmann, 2003. 630 s. ISBN 1-55860-792-7.